

Tehtävissä 7 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Määritä lausekkeen $2\sqrt[4]{3} a^{3/2} - a^3$ tarkka arvo, kun $a = \sqrt[6]{3}$.
2. Ratkaise yhtälöpari $x^2 = xy$; $x - y = 1$.
3. Laske sen äärellisen kuvion pinta-ala, jota rajoittavat käyrät $y = x^2$ ja $y = x^3$.
4. Osoita, että $x\sqrt{x^2 + 1} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ on funktion $2\sqrt{x^2 + 1}$ integraalifunktio.
5. Mikä on laajin joukko, jossa $\sqrt{1+x} - 1 - \frac{x}{2}$ määrittelee funktion? Millä x :n arvoilla tämä funktio on kasvava?
6. Suunnikkaan ABCD sivulla BC oleva piste E jakaa BC:n siten, että $BE:EC = 1:2$. Missä suhteessa AE jakaa lävistäjän BD?
7. a) Osoita oikeaksi kaava $\cos 3t = 4\cos^3 t - 3\cos t$. Osoita tämän nojalla, likiarvoja käyttämättä, että $x = \cos \frac{\pi}{9}$ on kolmannen asteen yhtälön $8x^3 - 6x - 1 = 0$ juuri.
b) Kaksitoista henkilöä asettuu jonoon umpimähkäisesti. Millä todennäköisyydellä henkilöt A ja B asettuvat niin, että heidän välissään on korkeintaan kaksi henkilöä?
8. Ratkaise epäyhtälö $\left| \frac{1}{x} - 1 \right| < k$, kun $0 < k < 1$.
9. a) Lauseke $\frac{ax}{x-1} + \frac{x^3 + b}{(x-1)^2}$ määrittelee jatkuvan funktion arvoilla $x \neq 1$.
Miten vakiot a ja b on valittava, jotta kyseinen funktio voitaisiin saada jatkuvaksi myös pisteessä $x = 1$?
b) Funktio f määritellään seuraavasti: $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$, kun $x > 0$. Osoita, että käänteisfunktio f^{-1} on olemassa, ja määritä $(f^{-1})'(0)$.
10. Määritä polynomin $(3x - 1)^6 + (2 - 5x)^6$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 1$.