YLIOPPILASTUTKINTO 26.9.1975 MATEMATIIKKA, LYHYT OPPIMÄÄRÄ

1. Laske $f(-5/2)$, kun $f(x) = \dfrac{-x/5 + 1/2}{4x/5 - 5/2}$.

2. Suorakulmion kanta on 25 cm sekä kannan ja lävistäjän välinen kulma $16{,}0^\circ$. Laske suorakulmion pinta-ala.

3. Pisteen (5,0) kautta kulkeva suora muodostaa positiivisten koordinaattiakselien kanssa kolmion, jonka ala on 5. Mikä on suoran yhtälö?

4. Ratkaise yhtälöpari $x + 2y + 3 = 0$, $2x + py + 1 = 0$. Onko jokin vakion p arvo sellainen, että yhtälöparilla ei ole ratkaisua?

5. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
   a) Ratkaise epäyhtälö $-2x^2 + 3x - 4 < 0$.
   b) Kirjahyllyssäni olevista viidestä jännityskirjasta olen lukenut kaksi, mutta en muista, mitkä kaksi. Lomalukemiseksi otan mainituista viidestä kirjasta kaksi umpimähkään. Mikä on todennäköisyys sille, että en ole lukenut näistä kumpaakaan?

6. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
   a) Tasakylkisen kolmion kannan vastainen korkeusjana halkaisijana piirretty ympyrä jakaa kolmion kyljet suhteessa 4:1 (huipusta lukien). Laske huippukulma $0{,}1^\circ$:n tarkkuudella.
   b) Vektoreilla $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ on yhteinen alkupiste (2,1). Vektorin $\bar{a}$ loppupiste on (5,1) ja vektorin $\bar{b}$ (6,5). Laske vektorien skalaaritulo.

7. Määritä vakio a siten, että käyrän $y = ax - \dfrac{x^3}{3}$ ääriarvopisteet ovat suoralla $y = 2x$. Piirrä saatua a:n arvoa vastaava käyrä.

8. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
   a) Määritä suoralta $x = 3$ ylemmästä puolitasosta sellainen piste P, että ympyrä $x^2 + y^2 - 3x = 0$ jakaa origosta pisteeseen P piirretyn janan suhteessa 1:3.
   b) Suoran $y = kx$ $(k > 0)$ ja käyrän $y = x^2$ leikkauspisteet olkoot O (origo) ja P. Olkoon Q pisteen P projektio x-akselilla. Käyrä $y = x^2$ jakaa kolmion OQP kahteen alueeseen. Osoita, että näiden alueiden alojen suhde on riippumaton vakion k arvosta.

9. Olkoon $f(x) = \dfrac{1}{1 + x}$. Määritä $f'(0)$ derivaatan määritelmän nojalla.

10. Pisteiden $A = (-1,6)$ ja $B = (3,-8)$ väliseltä janalta on määritettävä piste (x,y) siten, että $|x + y|$ on mahdollisimman suuri.