

Endast tio uppgifter får behandlas. Uppgifterna 11 och 12 fordrar kunskaper utöver den egentliga skolkursen. - Endast en lösning per papper.

1. Lös ekvationssystemet

$$x : y = 1 : 2, \quad x + 2y = 4.$$

2. Visa att det större av talen a och b är $= \frac{1}{2}(a+b) + \frac{1}{2}|a-b|$.

3. Antag $a > b > 0$. Visa att $a^3 - b^3 > (a-b)^3$.

4. Definiera trianglars likformighet och bevisa satsen: Om triangeln Δ_1 är likformig med triangeln Δ_2 i skalan h och triangeln Δ_2 är likformig med triangeln Δ_3 i skalan k , så är triangeln Δ_1 likformig med triangeln Δ_3 i skalan hk .

5. Punkterna $A = (2, -3)$ och $B = (4, 5)$ avgränsar en båge på kurvan $y = x^2 - 2x - 3$. Bestäm den punkt på bågen, i vilken kurvans tangent är parallell med sekanten AB . Vilken är tangentens ekvation?

6. I kvadraten $ABCD$ är sidans längd a . På sidorna AB och AD toges punkterna E och F så att $AE = b$ och $AF = c$ ($b < a$, $c < a$). Bestäm arean av den kvadrat i vilken en vinkel sammanfaller med den ursprungliga kvadratens vinkel C och det motsatta hörnet ligger på sträckan EF .

7. Kurvorna $y = x^2 - x$ och $y = -2x^3 + 3x^2 - x$ möts i två punkter. Huru stora vinklar bildar kurvorna (dvs. deras tangenter) med varandra i dessa punkter?

8. Funktionen f definieras på följande sätt: $f(x) = x + 2$ då $x < 0$; $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ då $x \geq 0$. Bestäm funktionens största och minsta värde i intervallet $-2 \leq x \leq 2$.

9. Bestäm volymen av det största rätta prisma med kvadratisk bas som kan inskrivas i en rät cirkelkon med höjden h och basradien r .

10. Visa att om $x > 3$ så är

$$x(x-4) + 4\log\{x(x+1)\} > 1 \quad (\text{logaritmsystemets bas} = 10).$$

11. Bestäm arean av området mellan kurvorna $y = |x-2|$ och $y = x^2 - 4x + 2$.

12. Variablerna x, y, z antar följande åtta värdesystem:

x :	1	2	3	4	4	5	6	7
y :	1	1	2	4	0	7	3	1
z :	1	3	5	6	7	8	9	9

Sätt ut punkterna (x, y) , (y, z) och (z, x) i motsvarande koordinatsystem och bedöm av figurerna vilka två variabler som har den största inbördes korrelationen. Beräkna den motsvarande korrelationskoefficienten.