



Tehtävissä 3, 6, 8 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Suoran ympyrälieriön muotoiseen astiaan kaadetaan 5,0 l vettä. Tällöin veden korkeus astiassa on 22 cm. Laske pohjan halkaisija.
2. Määritä ne reaalityöt x , joilla $x|x| + 2x + 1 = 0$.
3. a) Rusinoita saadaan viinirypäleitä kuivattamalla. Kuinka monta prosenttia rypäleiden vedestä haihtuu kuivatuksessa, kun rypäleiden vesipitoisuus on 82 painoprosenttia ja rusinoiden 24 painoprosenttia?

b) Millä x :n arvoilla on määritelty lauseke

$$f(x) = \frac{x}{x-1} + \lg(2-x) + \sqrt{5x+3-2x^2} ?$$

4. Erään yhtiön osakkeiden osinkoprosentin oletetaan jakautuvan tasaisesti välille [10,16]. Mikä on todennäköisyys, että osakkeenomistaja saa omistamistaan 25 000 markkanimellisarvoisista yhtiön osakkeista osinkoa vähintään 3 400 markkaa?
5. Olkoon I pituudeltaan l :n mittainen jana tasossa ja $t > 0$. Mikä on sen tasojoukon pinta-ala $A(t)$, jonka pisteiden etäisyys I :stä on pienempi kuin t ? Piirrä kuvio. Määritä $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{A(t)}{t}$.
6. a) Miten määritellään kasvava funktio? Anna esimerkki epäjatkevasta kasvavasta funktiosta. Anna esimerkki kasvavasta funktiosta, joka on origossa jatkuva mutta ei derivoituva. Piirrä funktioiden kuvaajat.
b) Millä kompleksiluvuilla z luku $(2 - |z - i|)|z|$ on positiivinen? Piirrä kuvio.
7. Havaintopisteestä A näkyy vuoren huippu H suoraan lännessä $17,4^\circ$ vaakatason yläpuolella. Toisesta havaintopisteestä B, joka on tasan 3 000 metriä pisteestä A pohjoiseen, huippu näkyy $14,5^\circ$ vaakatason yläpuolella. Mikä on vuoren korkeus merenpinnasta, kun havaintopisteet ovat 200 metrin korkeudella merenpinnasta? Maanpinnan kaarevuutta ei tarvitse ottaa huomioon.
8. a) Joukko koostuu parillisesta määrästä peräkkäisiä luonnollisia lukuja. Näytä, että joukon lukujen keskiarvo ei ole luonnollinen luku.
b) Origosta siirrytään ensin kaksi pituusyksikköä vektorin $4\vec{i} + 3\vec{j}$ suuntaan ja sen jälkeen t ($t \in \mathbb{R}$) yksikköä vektorin $5\vec{i} - 12\vec{j}$ suuntaan. Mihin pisteeseen tullaan? Minkä käyrän tämä piste piirtää, kun t saa kaikki reaaliarvot?

KÄÄNNÄ!

9. Laivan nopeus v (km/h) riippuu polttoaineen kulutuksesta p (l/h) kaavan

$$v = 1,2\sqrt{p - 92}$$

mukaisesti. Määritä laivan polttoaineen kulutuksen kannalta taloudellisin nopeus v ($v > 0$).

10. a) Käyrä $y = f(x)$, $x \in [0, 1]$, $f(x) \geq 0$, pyörii x -akselin ympäri ja muodostaa kappaleen, jonka tilavuus jokaisella välillä $[0, x]$, $0 < x \leq 1$, on x^5 . Määritä $f(x)$. Piirrä kuvio.

b) Funktio $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ on määritelty seuraavasti

$$F(x) = \begin{cases} e^{2x+a}, & \text{kun } x \leq -1, \\ 1, & \text{kun } x > -1. \end{cases}$$

Määritä 1° sellainen vakio a , että F on jatkuvasti jakautuneen satunnaismuuttujan \underline{x} kertymäfunktio, 2° \underline{x} :n odotusarvo $E\underline{x}$, 3° todennäköisyys $P(\underline{x} \geq 2)$.