

YLIOPIILASTUTKINTO 30.3.1988 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 2, 3, 5, 6 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise yhtälö $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 13$.
2. a) Laske lausekkeen $[(1 + x)^2 - 1] : x$ tarkka arvo kun $x = 0,00000000001$.
 b) Ratkaise epäyhtälö $(\frac{x}{3} - 2)(5x - 4) < 0$.
3. a) Kuinka monta nollaa on luvussa $(10^{100})^{100}$, jos se kirjoitetaan muotoon 100...00?
 b) Suunnikkaan $OABC$ lävistäjien leikkauspiste on D . Määritä summa $\vec{OD} + \vec{AD}$ vektorien $\vec{a} = \vec{OA}$ ja $\vec{c} = \vec{OC}$ avulla.
4. Litran pulloon kaadetaan 0,930 litraa vettä ja se pannaan pakastimeen. Veden jäätyessä sen tilavuus kasvaa 8 %. Kuinka korkealle tällöin työntyy lieriömäinen jäätulppa $5,00 \text{ cm}^2$ kokoisesta pullon suusta?
5. a) Ratkaise yhtälö $\frac{x}{a-3} - \frac{2}{a+3} = \frac{a+15}{a^2-9}$, missä $a \neq \pm 3$ on vakio.
 b) Millä x :n arvoilla lauseke $\sqrt{1-x} - \sqrt{2-3x}$ on reaalinen?
6. a) Juoksijat A ja B lähtevät samanaikaisesti pisteestä O suoraviivaisesti kahteen eri suuntaan, joiden välinen kulma on 120° . Mikä on A :n ja B :n välinen etäisyys 10 sekunnin kuluttua, kun A :n nopeus on 30 km/h ja B :n nopeus 25 km/h ? Vastaus metrin tarkkuudella.
 b) Millä a :n arvoilla paraabeli $y = -x^2 + 1$ on kokonaan suoran $y = x - a$ alapuolella?
7. Suorakulmaisen kolmion sivut ovat x , $x + 2$ ja $2x + 1$. Määritä x .
8. Laske paraabelin $y = a^3x^2 - a$ ($a > 0$) ja x -akselin rajoittaman alueen pinta-ala.
9. a) Pöytä on peitetty ruudullisella liinalla, jonka neliömäisen ruudun sivu on 50 mm . Mikä on todennäköisyys, että pöydälle heitetty viiden markan kolikko (halkaisija 26 mm) peittää neliön kärjen?
 b) Suora on kolmion ABC kannan AB suuntainen ja leikkaa sivun AC pisteessä D ja sivun BC pisteessä E . Suoralta AB valitaan pisteet F ja G siten, että $DEGF$ on suorakulmio. Mikä on tämän suorakulmion alan suhde kolmion alaan suurimmillaan?
10. Millä a :n arvoilla suora $y = x$ on käyrän $y = x^3 - 3x + a$ tangentti?