

Käsiteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta. - Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

1. Ratkaise yhtälö $(2x + 3)^2 = 4x^2$.

2. Määritä vakio a siten, että yhtälöparilla
 $2x - 5y + 5 = 0$, $2x - y + a = 0$
 on ratkaisu, joka täyttää ehdon $x = y$.

3. Ratkaise epäyhtälö $(x - 2)^2 < 1$.

4. Määritä vakio a siten, että paraabelin $y = x^2 + ax + 2$ huippu on paraabelilla $y = x^2$. Piirrä kuvio.

5. Määritä polynomien $P(x) = 3x - x^3$ suurin ja pienin arvo välillä $0 \leq x \leq 2$.

6. Piirrä käyrä $y = + \sqrt{(1 - x)^2} + 1 + x$.

7. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:

a) Ympyrän säde on 5, ja pisteen A etäisyys ympyrän keskipisteestä on 8. Pisteen A kautta kulkeva suora leikkaa ympyrän kehän pisteissä B ja C siten, että $AB:BC = 1:2$. Laske kaaren BC asteluku $0,1^\circ$:n tarkkuudella.

b) Olkoon O kolmion ABC sisällä oleva piste sekä P, Q ja R sivujen BC, CA ja AB keskipisteet. Osoita, että vektorisummat

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} \quad \text{ja} \quad \overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR}$$

ovat yhtäsuuret.

8. Kuinka suuri lisäys x :lle on arvosta $1/2$ lähtien annettava, jotta funktion $1/x$ lisäyksen itseisarvo olisi puolet x :lle annetusta lisäyksestä?

9. Suorakulmaisen kolmion ABC kateetin BC (= a) keskipiste olkoon D. Piste E jakaa hypotenuusan AB siten, että $AE:EB = 1:2$. Lausu jana ED kateettien a ja b avulla.

10. Osoita, että lauseke $16^r - 2 \cdot 8^r + 4^r$ on kaikilla r :n reaaliarvoilla ≥ 0 . Onko lauseke = 0 jollakin r :n arvolla?

11. Funktio f määritellään seuraavasti:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{kun } x \leq 1, \\ -\frac{3}{8}x^2 + a, & \text{" } x > 1. \end{cases}$$

Määritä vakio a siten, että f on jatkuva kaikilla x :n reaaliarvoilla, sekä laske näin määrätyn funktion kuvaajan ja koordinaatti-akselien rajoittaman alueen pinta-ala.

12. Rahaa heitetään 10 kertaa. Mikä on todennäköisyys sille, että kruunu esiintyy enintään 8 kertaa? Tarkka arvo ja likiarvo laskuviivaimen antamalla tarkkuudella.