

Käsitteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta. Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

1. Laske yhtälön $x^2 + 2p^2x - p^4 = 0$ juurien erotuksen itseisarvo.
2. Ratkaise yhtälöpari $2x + y = 1$, $(2x + y)(x^2 - y^2) = 0$.
3. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
 - a) Olkoon AB se ympyrän $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 15 = 0$ halkaisija, jonka jatke kulkee origon kautta. Määrää pisteiden A ja B koordinaatit.
 - b) Määrää reaalityyppinen r siten, että vektorien $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$ ja $\vec{b} = \vec{i} + r\vec{j}$ summa ja erotus ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.
4. Laske käyrän $y(y - 3) = 2x$ ja y -akselin rajoittaman alueen pinta-ala.
5. Määrää vakio a siten, että funktiolla $\frac{ax^2 - 6x + 4}{x^2 - x - 2}$ on äärellinen raja-arvo, kun $x \rightarrow 2$. Mikä tämä raja-arvo on?
6. Olkoon K_1 kappale, joka syntyy kolmion ABC pyörähtäessä suurimman sivunsa AB ympäri, ja K_2 kappale, joka syntyy saman kolmion pyörähtäessä kärjen C kautta sivun AB suuntaiseksi piirretyn suoran ympäri. Osoita, että kappaleiden K_1 ja K_2 tilavuuksien suhde ei riipu kolmion muodosta. Kuinka suuri on tämä suhde?
7. Määrää a (tarkka arvo) siten, että suorien $ax - y - 5 = 0$ ja $x - 2y + 4 = 0$ välinen kulma on 60° .
8. Geometrisen sarjan ensimmäinen termi on 1 ja toinen $\frac{1}{1-x}$. Millä x :n arvoilla sarja suppenee? Olkoon $x \geq 3$; kuinka suuri virhe (itseisarvoltaan) tällöin enintään tehdään, jos sarjan summan S sijasta käytetään sen viiden ensimmäisen termin summaa S_5 ?
9. On tehtävä suorakulmion muotoinen aitaus, jonka yhtenä sivuna tai sivun osana on 10 metrin pituinen valmis suora seinä tai osa siitä ja jonka muun osan tekemiseen on käytettävissä 26 metriä aitaa. Kuinka suuri aitauksen ala enintään voi olla?
10. Osoita, että välillä $-1 \leq x \leq 1$ on

$$x^4 - 6x^2 + 9x + 20 \geq 12 \cdot 2^x.$$
11. Osoita, että suoran $x + y = 0$ jokainen piste on differentiaaliyhtälön $y' - y = x$ jonkin integraalikäyrän minimipiste.
12. Eräs laatikko voi sitä heitettäessä jäädä kolmeen erilaiseen asentoon, joiden todennäköisyydet ovat 0,6, 0,3 ja 0,1. Mikä on todennäköisyys sille, että laatikkoa kolmesti heitettäessä ainakin yksi näistä tapauksista jää esiintymättä?