

1. Laske kaikkien niiden positiivisten kolminumeroisten kokonaislukujen summa, jotka eivät ole jaollisia 9:llä eivätkä 11:llä.
2. Pisteet O ja A ovat samalla luotiviivalla, A 1 km O:n yläpuolella. Pitkin vaakasuoraa, A:n kautta kulkevaa suoraa liikkuu lentokone nopeudella 0,4 km/s. Äänen nopeus on 1/3 km/s. Kuinka monta metriä A:n ohi kone on ehtinyt, kun siitä lähtevä jyrinä alkaa kuulua O:ssa?
3. Millä x:n reaaliarvoilla polynomin $x^2 - 14x + 39$ itseisarvo on pienempi kuin 6?
4. Paraabelin polttopiste on origo ja huippupiste on (0, 2). Missä pisteessä paraabelin ja positiivisen x-akselin leikkauspisteeseen piirretty tangentti leikkaa y-akselin? Piirrä kuvio.
5. Todista kahden samankantaisen potenssin tuloa koskeva kaava, kun eksponentit ovat positiivisia murtolukuja.
6. O keskipiste on piirretyn puolipyörän kaaren AB puolittava piste C. Kaaren mielivaltainen piste olkoon P. Pisteestä C piirretystä PB:n suunnasta suorasta erotetaan ympyrän sisään päin jana CD = puolet AP:stä. Todista että P:n liikkuessa kaarella ACB piste D on CO halkaisijana piirretyllä ympyräviivalla.
7. Ympyrän halkaisijan AB päätepisteeseen B piirretystä tangentista erotetaan jana BC = ympyrän sisään piirretyn neliön sivu. Missä suhteessa ympyränkehä jakaa janan AC?
8. Mikä on suurin suora kolmisivuinen särmiö, joka voidaan asettaa säännöllisen kolmisivuisen pyramidin sisään siten, että särmiön pohja on pyramidin pohjan osa? Määrää tämän suurimman särmiön ja pyramidin tilavuuksien suhde.
9. Kolmiossa ABC on kulma A 45° suurempi kuin kulma B; sivu AC = 3 cm ja sivu BC = 8 cm. Laske kulma B.
10. Määrää suurin arvo, jonka funktio $x^3 - 3x^2 + 3x$ saa, kun $0 \leq x \leq 2$.

1. Asuinrakennuksesta saadut vuokrat ovat 12% pienemmät kuin ylläpito-kustannukset. Kuinka monta % vuokria olisi korotettava, jotta ne tulisivat kustannuksia 10% suuremmiksi, jos nämä samanaikaisesti kohoavat 4%?
2. Todista että $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$. Lausu verrannon muodossa yhtäsuuruusmerkkin voimassaolon ehto.
3. Millä x:n reaaliarvoilla polynomin $x^2 - 14x + 39$ itseisarvo on pienempi kuin 6?
4. Mikä ehto kertomien a ja b tulee täyttää, jotta suoralla $ax + by + 1 = 0$ ja ympyrällä $x^2 + y^2 = 4$ olisi vähintään yksi yhteinen piste? Missä tason osassa ovat ne pisteet, joiden koordinaatit a ja b täyttävät ky-syyn ehdon?
5. Todista kahden samankantaisen potenssin tuloa koskeva kaava, kun eksponentit ovat negatiivisia kokonaislukuja.
6. O keskipiste on piirretyn puolipyörän kaaren AB puolittava piste C. Kaaren mielivaltainen piste olkoon P. Pisteestä C piirretystä PB:n suunnasta suorasta erotetaan ympyrän sisään päin jana CD = puolet AP:stä. Todista että P:n liikkuessa kaarella ACB piste D on CO halkaisijana piirretyllä ympyräviivalla.
7. Todista että suorakulmisen kolmion keskijanojen (mediaanien) neliöiden summa on $\frac{1}{4}$ sivujen neliöiden summasta.
8. Suoraan ympyräpohjaiseen kartioon, jonka korkeus on = pohjan halkaisija, on asetettu säännöllinen kolmisivuinen särmiö siten, että sen kolme kärkeä on kartion valpalla ja kolme kartion pohjassa. Särmiön korkeus on 2 kertaa pohjasärmiön. Laske särmiön ja kartion tilavuuksien suhde. (Tarkka arvo ja 3-desimaalinen likiarvo.)
9. Ympyrä c sivua sisäpuolelta ympyrää C ja näkyy C:n keskipisteestä kulmassa $107^\circ 16'$. Laske c:n ja C:n säteiden suhde.
10. Kuinka monta prosenttia positiiviluvun tulee kasvaa, jotta sen Briggsin logaritmi saisi lisäyksen 1/3?

1. Vuoden 1960 lopussa ja sen jälkeen vuosittain joulukuun viimeisenä päivänä sijoitetaan pankkitilille tietty summa. Pääomaan liitetään aina vuoden lopussa 4,5 %:n korko. Minä vuonna korko ensimmäisen kerran on suurempi kuin vuotuinen sijoitus?
2. Päättymättömän geometrisen sarjan ensimmäinen jäsen on $\sin 2x$ ja sarjan summa on $2 \operatorname{tg} x$. Mikä on sarjan suhdeluku? Millä x :n arvoilla sarja ei supene?
3. Yhtälössä $\frac{a}{a+x} + \frac{a}{2a+x} = \frac{5}{6}$ on a positiivinen luku. Määrää yhtälön toinen juuri, kun toinen on 1.
4. Laske sen kolmion ala, jonka muodostavat origoon piirretty käyrän $y = x(x-1)(x-2)$ tangentti, käyrän ja mainitun tangentin leikkauspisteeseen piirretty tangentti sekä x -akseli.
5. Todista että jos suora on kohtisuorassa kahta tason suoraa vastaan, se on kohtisuorassa kaikkia leikkauspisteen kautta kulkevia tason suoria vastaan.
6. Piste P jakaa janan AB sisäpuolisesti suhteessa 2. Janat AP ja PB halkaisijoina piirretään ympyrät sekä niille yhteinen ulkopuolinen tangentti, joka sivuaa edellistä ympyrää pisteessä C ja jälkimmäistä pisteessä D . Suorien AC ja BD leikkauspiste olkoon E . Määrää kolmioiden ABE ja CDE alojen suhde.
7. Piste D jakaa tasasivuisen kolmion ABC sivun BC sisäpuolisesti suhteessa 1:3. Piste D ja kolmion keskipisteen kautta piirretty suora leikkaa sivun AC pisteessä E . Laske janan DE pituus, kun kolmion sivu = 4 cm. (Tarkka arvo ja 2-desimaalinen likiarvo).
8. Säännöllisen nelisivuisen pyramidin sivutahon huippukulma on = sivusärmän ja pohjan välinen kaltevuuskulma. Määrää pohjasärmän ja sivusärmän pituussien suhde. (Tarkka arvo ja 3-desimaalinen likiarvo.)
9. Kahdella suoralla kartiolla on yhteinen pohjaympyrä. Niiden korkeuksien suhde on 4 ja akselileikkausten huippukulmien suhde 1:2. Laske kartioiden vaippojen alojen suhde.
10. Määrää a :lle ja b :lle sellaiset arvot, että yhtälöryhmällä $ax + y - 1 = 0$, $bx - ay + 2 = 0$ on useampia ratkaisuja x, y .

10. Supista osamäärä $\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 - 7x - 6}$.

9. Kolmion korkeusjana on 12 cm. Tämän janan puolittaa toinen korkeusjana, jonka pituus on 13 cm. Laske kolmion kulmat.

8. Kuution ja säännöllisen tetraedrin pinta-alat ovat yhtäsuuret. Määrää niiden tilavuuksien suhde. (Tarkka arvo ja 2-desimaalinen likiarvo.)

7. Piste D jakaa tasasivuisen kolmion ABC sivun BC sisäpuolisesti suhteessa 1:3. Piste D ja kolmion keskipisteen kautta piirretty suora leikkaa sivun AC pisteessä E . Laske janan DE pituus, kun kolmion sivu = 4 cm. (Tarkka arvo ja 2-desimaalinen likiarvo.)

6. Ympyräkaaren keskuskulma on tylppä ja sen jänne = k . Laske kaksinkertainen kaaren jänne, kun ympyrän säde on r .

5. Todista että jos suora on kohtisuorassa kahta tason suoraa vastaan, se on kohtisuorassa kaikkia leikkauspisteen kautta kulkevia tason suoria vastaan. Piirrä kuva.

4. Määrää a siten, että suorien $2x - 3y = a$, $2x - 3y = -a$, $x - 1 = 0$ ja $x - 3 = 0$ muodostaman suunnikkaan lävistäjät ovat kohtisuorassa toistensa suhteen. Määrää a ja b :n tulee täyttää, jotta uusi keskiarvo olisi $\frac{5}{6}$ a?

3. Yhtälössä $\frac{a}{a+x} + \frac{2a}{2a+x} = \frac{6}{5}$ on a positiivinen luku. Määrää yhtälön toinen juuri, kun toinen on 1.

2. n luvun aritmeettinen keskiarvo on a . Niistä jätetään pois m lukua, joiden keskiarvo on b . Mikä on jäljelle jäävien lukujen keskiarvo? Mikä ehto b :n tulee täyttää, jotta uusi keskiarvo olisi $\frac{5}{6}$ a?

1. Luku a on p % pienempi kuin a^2 ja luku a^3 on p^2 % suurempi kuin a^2 .

YLIOPPILASTUTKINTO 8. 9. 1960. MATEMATIIKKA. LYHYT OPPIMÄÄRÄ.