

1. Vuoden 1957 alussa eräät vuokrat nousivat 27 %. Perheen vuokramenot olivat ennen korotusta 15 % tuloista. Kuinka monta % vähemmän korotuksen jälkeen riitti rahaa muuhun käyttöön kuin ennen korotusta?
2. Kuinka suorakulmaisen särmiön särmit suhtautuvat toisiinsa, jos se voidaan tasolla jakaa kahteen keskenään yhteneväiseen suorakulmaiseen särmiöön, joissa kummassakin särmien suhteet ovat samat kuin alkuperäisessä särmiössä?
3. Millä a :n arvoilla $x = 2$ on yhtälön $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-a} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2a}$ juuri?
4. Origo ja piste $(-2, -4)$ ovat suorakulmion kärkiä. Toisena lävistäjänä on suora $3x - 4y = 10$. Laske suorakulmion pinta-ala. Piirrä kuvio.
5. Todista että taso, joka sisältää toisen tason normaalin, on kohtisuorassa tätä toista tasoa vastaan.
6. Piirrä annettu jana kantana tasakylkinen kolmio, jonka sisään piirretyn neliön ala on $\frac{4}{9}$ kolmion alasta, kun neliön kärjistä kaksi on kolmion kannalla ja muut sen kyljillä.
7. Ympyrään piirretty tasasivuinen kolmio jaetaan sivun suuntaisella suoralla kahteen yhtäsuureen osaan. Laske näin muodostuneen kolmion sisään piirretyn ympyrän ja alkuperäisen ympyrän alojen suhde.
8. Kuutiolla ja pallolla on yhteinen keskipiste. Pallon pinta kulkee kuution särmiä keskipisteiden kautta. Laske kuution ja pallon pintojen yhdessä rajoittaman suurimman kappaleen pinnan ala, kun kuution särmä on 1 dm. (Tarkka arvo sekä likiarvo 1 cm^2 :n tarkkuudella.)
9. Ympyrän ympäri on piirretty tasakylkinen puolisuunnikas, jonka yhden-suuntaisten sivujen suhde on 2. Laske puolisuunnikkaan kulmat.
10. Osoita että funktio $2\log(x+1) - \log x$ saa x :n arvolla 2 suuremman arvon kuin x :n arvolla 1, olipa logaritmijärjestelmän kantaluku mikä luku hyvänsä, joka on suurempi kuin 1.

P-I T K Ä --- O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 5 ja 7 samat kuin edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 3, 4, 6, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Päätymättömän suppenevan geometrisen sarjan toisesta, neljännestä, kuudennesta jne. termistä muodostetaan uusi sarja. Näin saadun ja alkuperäisen sarjan ensimmäisten termien summa on 1 ja itse sarjojen summien summa 0. Kirjoita alkuperäisen sarjan alkutermit.
3. Toisen asteen yhtälön juurien erotus, summa ja tulo muodostavat aritmeettisen sarjan, mutta erotus, tulo ja summa (tässä järjestyksessä) geometrisen sarjan. Kirjoita yhtälö.
4. Origo ja piste $(2, -4)$ ovat suorakulmion kärkiä. Toisena lävistäjänä on suora $x + 2y + 3 = 0$. Laske suorakulmion ala. Piirrä kuvio.
6. Annettu jana a kantana piirretään tasakylkinen kolmio ja sen sisään neliö siten, että tämän kaksi kärkeä on kolmion kannalla. Määrää kolmio siten, että neliön ja kolmion alojen suhde on mahdollisimman suuri.
8. Kuutiolla ja pallolla on yhteinen keskipiste. Pallon pinta kulkee kuution särmiä keskipisteiden kautta. Kuinka suuri osa kuution tilavuudesta on pallon ulkopuolella? (Tarkka arvo ja 3-desim. likiarvo).
9. Ratkaise täydellisesti yhtälö $\sin(x + 45^\circ) = \sin 2x$.
10. Määrää pienin arvo, jonka funktio $2\log(x+1) - \log x$ saa x :n positiivisilla arvoilla. Käytetään logaritmijärjestelmää, jonka kantaluku on suurempi kuin 1.

1. Kuinka monta % positiivinen luku kasvaa, jos sen neliö kasvaa p %? Mitä
2. Mikä ehto kokonaisluvun n tulee täyttää, jotta se ker- / saadaan, jos p=100 ?
rottuna 876:lla antaisi luvun, jossa kolme viimeistä numeroa ovat samat
kuin luvussa n? Mainitse jokin tällainen luku n.
3. Millä k:n arvoilla yhtälön $x^2 - 2kx - 4x + k^2 + 4k - 12 = 0$ molemmat juuret
ovat a) positiivisia, b) negatiivisia?
4. Määrää ne suoran $x + 2y = 0$ pisteet, joista pisteiden (3, 1) ja (-1, 2)
välinen jana näkyy suorassa kulmassa. Tarkista tulos kuvion avulla.
5. Todista että kolmion korkeussuorat leikkaavat toisensa samassa pisteessä.
(Käytä kuviossa tylppäkulmaista kolmiota.)
6. Suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on janojen a ja b summa ja toinen ka-
teetti niiden erotus. Todista että toisen kateetin puolisko on a:n ja b:n
7. Ympyrällä ja tasasivuisella kolmiolla on yhteinen keskipis- / keskiverto.
te ja yhtäsuuret alat. Kuinka suuri osa kolmion sivusta on ympyrän sisäl-
lä? (Tarkka arvo ja 2-desimaalinen likiarvo).
8. Puoliympyrän kaarella AB on C sellainen piste, että jos kuvio pyörähtää
halkaisijan AB ympäri, niin kaaren AC ja jänteen AC rajoittama ympyränseg-
mentti muodostaa kappaleen, jonka tilavuus on = kolmion ABC pyörähtäessä
syntyvän kappaleen tilavuus. Mihin suhteeseen C:n projektio AB:llä jakaa
9. Säännöllisen 7-kulmion suurempi lävistäjä on 1 dm. Laske mo- / janan AB?
nikulmion ala.
10. Kumpi on suurempi, $(\sqrt{2})^{\sqrt{3}}$ vai $(\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$?

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 5, 7 ja 8 kuten edelläolevat; edellä olevat
tehtävät 2, 3, 4, 6, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

- 2: Valtionlaina, joka vuoden alussa oli 1 miljardi mk, kuoletetaan 0:llä,
(vuosittain) vuoden lopussa suoritettavalla yhtäsuurella vuotuismaksulla
(annuiteetilla), joista ensimmäinen suoritetaan toisen vuoden lopussa.
Kuinka suuri on vuotuismaksu, jos korkoa maksetaan 4½ %?
3. Millä k:n arvoilla yhtälön $x^2 + 2kx + 4x - k^2 - 4k = 0$ juuret ovat saman-
4. Johda sen hyperbelin yhtälö, jonka akselit yhty- / merkkisiä reaalilukuja?
vät koordinaattiakseleihin ja joka kulkee pisteiden (-3, 1) ja (2, 0) kaut-
6. Todista että kolmion sivujen keskipisteet ja yhden kor- / ta. Piirrä kuvio.
keusjanan kantapiste ovat tasakylkisen puolisuunnikkaan kärkiä ja että puo-
lisuunnikkaan ympäri piirretty ympyrä kulkee myös muiden korkeusjanojen
kantapisteiden kautta.
9. Määrää kaikki terävät ja tylpät kulmat x, jotka täyttävät sen ehdon, että
 $\sin x$, $\sin 2x$ ja $\cos x$ muodostavat aritmeettisen sarjan.
10. Funktiolla $x^3 + ax^2 + bx + c$ on minimi = 1 kun $x = 0$ ja maksimi kun $x = -1$.
Kuinka suuri tämä maksimiarvo on?