

1. Kahden positiivisen luvun  $a$  ja  $b$  erotus on  $p$  % pienempi kuin niiden summa. Kuinka monta %  $a$  on  $b$ :tä suurempi?
2. A:lla on 46 tunnin työviikko ja joka seitsemäs päivä vapaa. B tekee aina kahtena peräkkäisenä päivänä kumpanakin 10 t. työtä ja on joka kolmas päivä vapaana. Kumman työaika on pitempi ja kuinka monta % pitempi kuin toisen?
3. Määrää  $a$  siten, että yhtälöryhmän  $(a^2 - a + 6)x + (a^2 - 8)y = 2$ ,  $2(a^2 - a + 6)x + (8 - a^2)y = 1$  juuripari toteuttaa myös yhtälön  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ .
4. Laske niiden ympyräin säteet, joiden keskipisteet ovat suoralla  $2x + 3y = 4$  ja jotka sivuavat koordinaattiakseleita. Piirrä kuvio.
5. Todista lavennettu (laajennettu, yleistetty) Pythagoraan teoreema.
6. Määrää niiden pisteiden ura, joiden etäisyyksillä kolmion kahdesta sivusta (tai niiden jatkeista) on sama suhde kuin mainituilla sivuilla vaihdetussa järjestyksessä. Mikä kolmioon kuuluva viiva ura on?
7. Suorakulmaisen kolmion terävän kulman puolittaja jakaa vastakkaisen sivun suhteessa 2:3. Määrää kolmion sisään ja ympäri piirrettyjen ympyräin alojen suhde. (Tarkka arvo ja 3-desim. likiarvo.)
8. Pallon pinnan pisteestä on piirretty kolme samanpituista, toisiaan vastaan kohtisuorassa olevaa pallon jännettä. Laske niiden pituus, kun pallon säde  $= r$ .
9. Jos ympyränkaaren asteluku on pieni, niin kaaren jänteen pituus on kaaren pituuden likiarvo. Laske (taulukkojen avulla) tällöin tehty suhteellinen virhe (so. kaaren pituuden ja sen likiarvon erotuksen suhde kaaren pituuteen), jos kaari on  $10^\circ$ .
10. Ympyrään  $x^2 + y^2 = 25$  on piirretty pisteestä  $(5, 0)$  suoran  $x + 2y = 0$  suuntainen jänne. Laske sen ja sen päätepisteisiin piirrettyjen ympyrän sivuaajain rajoittaman kolmion ala. Piirrä kuvio.

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 5, 7 ja 8 kuten edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 3, 4, 6, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Millä  $x$ :n arvoilla päättymätön geometrinen sarja  $1 + \frac{x-1}{x+1} + \dots + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n + \dots$  suppenee ja mikä on tällöin sen summa  $S(x)$ ? Piirrä funktion  $y = S(x)$  kuvaaja.
3. Määrää  $a$  siten, että yhtälöryhmän  $(a^2 - a - 6)x + (a^2 - 8)y = 2$ ,  $2(a^2 - a - 6)x + (8 - a^2)y = 1$  juuripari toteuttaa myös yhtälön  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ . Tarkista tulos.
4. Johda niiden ympyräin yhtälöt, joiden keskipisteet ovat suoralla  $2x + 3y = 4$  ja jotka sivuavat koordinaattiakseleita. Piirrä kuvio.
6.  $AB$  on  $k$ -korkuisen suorakulmion  $ABCD$  kanta. Piste  $P$  on  $AB$ :n keskinormaalilla ja toisella puolen  $CD$ :tä kuin  $AB$ . Janat  $PA$  ja  $PB$  sekä sivut  $BC$ ,  $CD$  ja  $FA$  rajoittavat kolme kolmiota. Määrää  $P$ :n etäisyys  $AB$ :stä siten, että näiden kolmioiden alojen summa on mahdollisimman pieni.
9. Kolmion sisään piirretyn ympyrän säde on sen erään korkeusjanan neljännes, ja mainittu korkeusjana puolestaan kolmion piirin neljännes. Laske kolmion
10. Osoita, että funktiolla  $\sin^4 x + \cos^4 x + \frac{1}{2} \sin^2 2x$  on aina  /kulmat. sama arvo riippumatta  $x$ :n arvosta.



1. Eräessä tehtaassa maksetut työpalkat ovat 65 % kokonaiskustannuksista. Jos työpalkat nousevat 8 % muitten kustannusten pysyessä muuttumatta, niin kuinka monta % kokonaiskustannukset nousevat ja kuinka monta % työpalkat nousun jälkeen ovat kokonaiskustannuksista?
2. 30-prosenttisesta suolaliuoksesta poistetaan kymmenesosa ja korvataan (puhtaalla) vedellä. Näin saadusta liuoksesta poistetaan jälleen kymmenesosa ja korvataan vedellä. Tämä tehdään kaikkiaan 10 kertaa. Mikä on sen jälkeen liuoksen suolapitoisuus?
3. Supista murtolauseke  $\frac{6x^2 - x - 2}{2x^3 - 9x^2 + 7x + 6}$  ja määrää, millä  $x$ :n arvoilla se on positiivinen.
4. Määrää  $m$  siten, että suora  $y = mx$  yhdessä suorien  $x + 2y = 0$ ,  $x = 2$  ja  $2x + 2y = 5$  kanssa muodostaa nelikulmion, jonka lävistäjät ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Piirrä kuvio.
5. Todista, että suoran ja sen tasolla olevan projektion välinen kulma on pienin kaikista niistä kulmista, jotka suora muodostaa tasossa olevien
6. Suorakulmio, jonka sivujen suhde on 1:2, on piirretty suorien kanssa kolmioon, jonka sivut suhtautuvat toisiinsa kuten 3:4:5, siten että suorakulmion lyhyempi sivu on kolmion pisimmällä sivulla. Laske suorakulmion sivut, kun kolmion pisin sivu on 15 cm.
7. Suorakulmaisen kolmion kateetit ovat 1 cm ja 2 cm. Kuinka pitkän jänteen kolmion ympäri piirretty ympyrä erottaa kolmion suoran kulman puolittain?
8. Rautapallon säteen määräämiseksi pallo upotetaan lieriön muotoiseen astiaan, jossa on  $k$  litraa vettä ja veden pinta  $a$  cm:n korkeudella pohjan yläpuolella. Tällöin veden pinta nousee  $b$  cm. Määrää pallon säde.
9. Paikalta, joka on 10 m järven pinnan yläpuolella, näkyy pilvi  $62^\circ$ :n korkeudessa. Sen peilikuva näkyy  $65^\circ$ :n kulmassa horisontin alapuolella. Kuinka korkealla pilvi on järven pinnan yläpuolella?
10. Määrää  $x$  siten, että  $\log_2(\log_2 x) = -1$ .

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 3, 5, 6 ja 7 samat kuin edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 4, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Vuoden vaihteessa otettu 3 000 000 markan laina halutaan suorittaa 10 vuodessa siten, että viitenä ensimmäisenä vuonna maksetaan kunkin vuoden lopussa samansuuruinen summa ja kunkin jäljellä olevan vuoden lopussa summa, joka on kaksi kertaa niin suuri kuin viitenä ensimmäisenä vuonna suoritettu vuosimaksu. Kuinka suuret vuosimaksut ovat, kun pääomaan lisätään kunkin vuoden lopussa 6 %:n korko?
4. Määrää  $m$  siten, että suora  $3y = 3mx + 7$  yhdessä suorien  $x + 2y = 0$ ,  $x - y = 3$  ja  $x = 3$  kanssa muodostaa nelikulmion, jonka lävistäjät ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Piirrä kuvio.
8. Kuinka korkea on suurin kaikista suorista kartioista, joiden kärjen eitäisyys annetun  $r$ -säteisen pallon keskipisteestä on  $a$  ( $a$  on suurempi kuin  $r$ ) ja joiden pohjaympyrän kehä on mainitun pallon pinnalla?
9. Ratkaise täydellisesti yhtälö  $\cos 2x - \operatorname{tg} x = 1$ .
10. Määrää funktion  $y = \frac{x^2}{2x + 3}$  ääriarvot ja piirrä sen kuvaaja. Määrää tämän asymptootit.