YLIOPPILASTUTKINTO 30. 3. 1955. MATEMATIIKKA. LYHYT OPPIMÄÄRÄ.

1.Positiivinen luku kasvaa p % ja saatu luku taas p %. Näin saatu luku pienenee p % ja pienentynyt luku vielä p %.Kuinka monta % annettu luku on muuttunut (alkuperäisestä arvostaan lopuksi saamaansa arvoon)? Voiko loppuarvo olla suurempi kuin annettu luku?

2.Kuinka paljon englantilaisissa mitoissa lausuttuna painaa rautakappale,jonka tilavuus on 4 kuutiotuumaa,kun 1 tuuma = 2,54 cm ja painon mittoina käytetään paunaa (lb) ja unssia (oz): 1 lb = 16 oz = 453,6 g ? Raudan ominaispaino on 7,8 (g/cm^3).

3.Määrää se 2. asteen polynomi, joka x:n arvoilla 2 ja 4 saa vastakkaiset arvot, x:n arvoilla -1 ja 3 saman arvon sekä x:n arvolla 0 arvon -2.

4.Määrää ainakin <u>yksi</u> pisteen (2, 0) kautta kulkeva suora,joka leikkaa suorat y = x ja y = -x siten, että leikkauspisteiden välisen janan projektio x-akselilla on = 2. Tarkista tulos mittaamalla.

5.Johda ympyräpohjaisen katkaistun kartion tilavuuden kaava.

6.Jaa jana a kahteen osaan x ja y sekä osa y vielä kahteen osaan z ja u, siten että x : y = y : z = z : u. Laske suhde x : u.

7.Kahdella ympyrällä on yhteinen jänne AB,joka toisesta ympyrästä erottaa 60^o:n ja toisesta 90^o:n kaaren;niiden keskipisteet ovat AB:n samalla puolella. Mihin suhteeseen pienemmän ympyrän kehä jakaa isomman ympyrän alan? (Tarkka arvo ja 2-desimaalinen likiarvo).

8.Säännöllisen tetraedrin ABCD leikkaa pohjan ABC suuntainen taso, joka puolittaa tetraedrin korkeuden. Leikkauskolmion sisään piirretty ympyrä ja tämän projektio tasolla ABC ovat erään lieriön pohjina. Laske tämän lieriön ja tetraedrin tilavuuksien suhde.

9.Suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on = 3 kertaa sitä vastaan piirretty korkeus. Laske kolmion terävät kulmat.

10.Määrää kaksi lukua, joiden summan logaritmi on 3/2 ja joiden logaritmien summa on 2. (Briggsin logaritmit).

P I T K Ä   O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 5, 6 ja 7 kuten edellä.
Edellä olevat tehtävät 2, 3, 4, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2.Pisteestä O on piirretty 8 puolisädettä (puolisuoraa) l_1, l_2, ...l_8,joiden väliset kulmat ovat 45^o. l_1:n pisteestä P_1, joka on O:sta etäisyydellä a, piirretään suora,joka leikkaa l_2:n pisteessä P_2 siten,että kulma OP_1P_2 = v. P_2:n kautta piirretään edelleen suora,joka leikkaa l_3:n pisteessä P_3,niin että myös kulma OP_2P_3 = v. Näin jatketaan rajattomasti. Kuinka kulma v on valittava,jotta murtoviivan $P_1P_2P_3$.. pituus (so. janojen P_1P_2, P_2P_3,... summa) olisi äärellinen,ja mikä on tällöin ko. pituus? Sovella tulos tapaukseen v = 45^o ja määrää tässä tapauksessa murtoviivan pituuden ja kolmion OP_1P_2 piirin suhde.

3.Määrää se 2. asteen polynomi, joka x:n arvolla 2 saa ääriarvonsa 2,5 ja joka x:n arvoilla 1 ja 5 saa vastakkaiset arvot.

4.Määrää <u>kaikki</u> pisteen (2, 0) kautta kulkevat suorat,joista kukin leikkaa suorat y = x ja y = -x siten, että leikkauspisteiden välisen janan projektio x-akselilla on = 2. Tarkista tulos mittaamalla.

8.Annetun säännöllisen tetraedrin ABCD leikkaa pohjan ABC suuntainen taso. Leikkauskolmion sisään piirretty ympyrä ja tämän projektio tasolla ABC ovat erään lieriön pohjina.Määrää leikkaustaso siten,että tämän lieriön tilavuus on mahdollisimman suuri.

9.Ratkaise täydellisesti yhtälö sin x = cot x.

10.Funktion log x muuttujalle x annetaan arvosta x_o lähtien positiivinen lisäys k. Osoita,että funktion tällöin saama lisäys on sitä pienempi,mitä suurempi x_o on, kun k pysyy muuttumatta.Määrää x_o siten,että myös funktion saama lisäys = k.Mikä on tulos,jos a) k=1, b) k=2 ? (Briggsin logaritmit).

YLIOPPILASTUTKINTO 8. 9. 1955. MATEMATIIKKA. LYHYT OPPIMÄÄRÄ.

1.Positiivinen luku on p % toisesta luvusta. Kuinka monta % lukujen geometrinen keskiarvo (= keskiverto) on niiden aritmeettisesta keskiarvosta? Millä p:n arvoilla p.o. prosenttiluku on pienempi kuin 50 ?

2.Kolmen peräkkäisen kokonaisluvun summa on 20 % niiden tulosta. Määrää lu- /vut.

3.Ratkaise yhtälö $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x}} = \sqrt{2}$. Mitä saadaan juureksi, jos mainitusta yhtälöstä muodostetaan uusi kirjoittamalla x:n paikalle $2 + \frac{1}{y}$ ja saatu yhtälö ratkaistaan y:n suhteen. Saata tulokset yksinkertaisimpaan muo- /toonsa.

4.Laske sen kolmion ala, jota rajoittavat ympyrän $x^2 + y^2 = 5$ suorasta $x + 2y = 0$ erottama halkaisija AB, pisteeseen A piirretty sivuaja ja B:n kautta kulkeva x-akselin suuntainen suora. Piirrä kuvio.

5.Todista, että jos nelikulmion kaksi vastakkaista kulmaa on toistensa suplementtikulmia, niin nelikulmion ympäri voidaan piirtää ympyrä.

6.Tasakylkisen kolmion kannan pisteestä P piirretään kolmion kyljille normaalit PD ja PE. Osoita, että PD + PE on riippumaton P:n sijsinnista.

7.Kolmion ABC sivut ovat a, b ja c. Määrää sivulta AB piste D siten, että kolmioiden ADC ja DBC piirit ovat yhtäsuuret. Laske sen jälkeen viimeksi mainittujen kolmioiden alojen suhde.

8.Säännölliseen oktaedriin O on piirretty kuutio K, jonka kärkinä ovat O:n tahokolmioiden keskipisteet. K:hon on piirretty säännöllinen tetraedri T, jonka särmät ovat K:n tahoneliöiden lävistäjiä. Laske O:n ja T:n särmien /suhde.

9.Ympyrään, jonka säde on 5 cm, on piirretty kolmio ABC. Kulman C puolittaja leikkaa AB:n pisteessä D ja ympyrän kehän pisteessä E. CD = 6 cm ja DE = 2 cm. Laske kulma ACB.

10.Laske potenssilausekkeen $\sqrt{2}^{\,1 - \sqrt{2}}$ arvo.

P I T K Ä   O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 5 ja 7 kuten edellä.
Edellä olevat tehtävät 2, 3, 4, 6, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2.Mikä on sellaisen päättymättömän suppenevan geometrisen sarjan suhdeluku, jonka summa muuttuu 2/3:ksi alkuperäisestä, jos sarjasta jätetään pois sen 2., 4., 6. j.n.e. jäsen.

3.Jaa 19109 alkutekijöihinsä polynomin $2x^2 - x - 1$ tekijäin avulla.

4.Paraabelille $y = x^2$ pisteeseen (1, 1) piirretyn normaalin ja paraabelin leikkauspisteet yhdistetään paraabelin huippuun. Laske näin muodostuneen kolmion ala. Piirrä kuvio.

6.Ympyrään, jonka keskipiste on C ja säde = r, on piirrettävä jänne AB siten, että kolmion ABC ala tulee mahdollisimman suureksi.

8.Alku kuin 8L (edellä). Viimeinen virke: Laske O:n ja T:n tilavuuksien suh- /de.

9.Alku kuin 9L (edellä). Viimeinen virke: Laske kolmion kulmat.

10.Määrää tauluja käyttämättä cos(a - b), kun sin a = -1/3 ja cos b = 1/2 sekä kulmat a ja b ovat kumpikin 0°:n ja 270°:n välissä.