

1. Ylioppilaskokelaiden lukumäärä kasvoi 211,5 % vv. 1923 - 53. Kokelaista oli v. 1923 poikia 65,4 % ja v. 1953 47,7 %. Kuinka monta % tyttöjen lukumäärä on kasvanut?
2. A:n asunnosta, joka on rautatien varrella asemien S ja T välillä, on S:ään $13\frac{1}{2}$ min:n, T:hen 18 min:n kävelymatka. Ehtiäkseen määrättyyn junaan hän lähtee kotoa tiettyinä hetkenä ja kävelee toisinaan S:ään, toisinaan T:hen. Kummassakin tapauksessa hän ehtii asemalle samaan aikaan kuin k.o. juna. Laske junan ja A:n nopeuksien suhde. (Junan pysähtymisistä aiheutuva ajan menetystä ei oteta huomioon.)
3. Osoita, että yhtälön $(ab - c^2)x^2 - (a + b)x + 1 = 0$ juuret ovat aina reaalisia, olivatpa a, b ja c mitä hyvänsä reaalilukuja. Millä ehdolla juuret ovat yhtäsuuret?
4. Kolmion ABC kärjen A koordinaatit ovat (-3, -3) ja kärjen B (4, -2). Kolmion korkeusjanat leikkaavat toisensa origossa. Laske kolmion ala. Piirrä
5. Todista, että jos nelikulmion kaksi vastakkaisista kulmaa ovat \sphericalangle kuvio. supplementtikulmia, niin sen ympäri voidaan piirtää ympyrä.
6. Ympyrän halkaisijan AB piste P yhdistetään AB:n suuntaisen janteen päätepisteisiin C ja D. Todista, että $PA^2 + PB^2 = PC^2 + PD^2$.
7. Tasakylkisen kolmion kanta on 10 cm ja kyljet 13 cm. Laske sen ympäri ja sisään piirrettyjen ympyröiden keskipisteiden väli.
8. Kartiopinta sivuaa palloa. Sivuumispisteiden muodostama ympyrä c rajoittaa kartiopinnasta kärjen puolelle osan, joka on = suurempi c:n rajoittamista pallonkaloteista. Laske kartion kärjen suurin etäisyys pallon pinnasta, kun pallon säde on 1 dm.
9. Ympyrän halkaisijan AB päätepisteestä B piirretään ympyrälle tangentti ja päätepisteestä A sekantti, joka leikkaa ympyrän kehän (paitsi A:ssa) pisteessä C ja tangentin pisteessä D, siten että $AC = BD$. Laske kaarta BC
10. Määrää sen logaritmijärjestelmän kantaluku, \sphericalangle vastaava keskuskulma. jossa $\log 0,1953 = 0,8047 - 1$.

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 6 ja 7 kuten edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 3, 4, 5, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Millä x:n arvoilla suppenee päättymätön geometrinen sarja $2 - \log x + \dots$ (Briggsin logaritmit)? Laske sarjan summa, kun $x = \sqrt[100]{100}$ (lue: kuutiojuuret ovat 1) positiivisia, 2) negatiivisia, 3) erimerkkisiä?
3. Edellä oleva teht. 3 seur. lisäyksiin: Millä ehdolla juuret ovat \sphericalangle ri 100:sta).
4. Johda suoran $x - 2y + 1 = 0$ suuntaisen, paraabelille $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - 1$ piirretyn tangentin yhtälö. Piirrä kuvio.
5. Johda (puolipalloa suuremman) pallonsegmentin tilavuuden kaava.
8. Osoita, että jos nelitahokkaan ABCD särmät AB ja CD ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan (s.o. toisen kautta voidaan asettaa toiselle normaalitaso), niin A:sta ja B:stä piirretyt nelitahokkaan korkeusjanat ovat samassa
9. Kaksi ympyrää, joiden säteet ovat 5 m ja 3 m, leikkaa toisen \sphericalangle tasossa. sa siten, että niiden toiseen leikkauspisteeseen piirretyt tangentit muodostavat keskenään keskusjanan puolelle kulman $110^{\circ}48'24''$. Laske keskusjanan pituus 4 desimaalin tarkkuudella.
10. Todista, että kaikilla x:n arvoilla $\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2}\sin^2 2x$ on pienempi tai yhtäsuuri kuin 1.

1. Kuinka monta prosenttia positiivisen luvun pitäisi pienetä, jotta sen käänteisluku kasvaisi kaksi kertaa niin monta prosenttia?
2. a :n saadessa erään tietyn arvon ei yhtälöryhmällä $3x + ay + 3a = 0$, $2x + (a+3)y + a = 0$ ole ratkaisua. Mikä tämä a :n arvo on?
3. Määrää se toisen asteen polynomi $f(x)$, joka arvoilla $x = -1$, $x = 0$ ja $x = 1$ saa samat arvot kuin funktio 2^x . Määrää $\sqrt{2}$:lle likiarvo käyttämällä polynomia $f(x)$. Piirrä samaan koordinaatistoon molempien funktioiden $y = 2^x$ ja $y = f(x)$ kuvaajat.
4. Osoita, että yhtälö $(x - x_1)(x_2 - x_3) + (y - y_1)(y_2 - y_3) = 0$ esittää kolmion $P_1P_2P_3$ kärjestä P_1 piirrettyä korkeussuoraa, kun P_1 :n koordinaatit ovat x_1, y_1 , P_2 :n x_2, y_2 ja P_3 :n x_3, y_3 .
5. Olkoon P piste, joka jakaa kolmion ABC sivun AB ulkopuolisesti sivujen AC ja BC suhteessa. Todista, että suora CP puolittaa kolmion C -kulman vieruskulman.
6. Todista, että suorakulmaisen kolmion sivujen keskipisteiden kautta piirretty ympyrä kulkee myös suoran kulman kärjen sekä hypotenuusaa vastaan piirretyn korkeusjanan kantapisteen kautta.
7. Viisikulmion yksi kulma on suora ja tämän viereiset sivut molemmat $= a$. Viisikulmion muut kulmat ovat keskenään yhtäsuuret, samoin muut sivut, kukin $= b$. Laske suhde $a : b$ kahden desimaalin tarkkuudella.
8. Kuutiota leikkaa taso, joka kulkee yhden tahon lävistäjän kautta ja jakaa vastaisen tahon alan suhteessa $1:7$. Määrää leikkauskuvion alan suhde kuution koko pinnan alaan.
9. Ympyrän $x^2 + y^2 = 16$ kehän pisteestä A lähtien, jonka abskissa on 3 ja ordinaatta positiivinen, erotetaan vastapäivään ympyrän kehästä $103^\circ 47'$:n kaari AB . Laske B :n koordinaatit.
10. Kuinka monta numeroa on luvussa 3^{100} , ja mikä on sen ensimmäinen numero?

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 3, 5 ja 6 samat kuin edellä

Edellä olevat tehtävät 2, 4, 7, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Aritmeettisen sarjan 50:s termi on 101 ja sen 50 ensimmäisen termin summa on 7500. Millä n :n arvolla sarjan n ensimmäisen termin summa saa suurimman arvonsa ja mikä tämä suurin arvo on?
4. Määrää a siten että paraabeli $y = x^2 - ax$ leikkaa suorasta $3x = 4y$ jänteen, jonka pituus on $2\frac{1}{2}$. Piirrä kuvio.
7. Viisikulmion yksi kulma on suora ja tämän viereiset sivut molemmat $= a$. Viisikulmion muut kulmat ovat keskenään yhtäsuuret, samoin muut sivut, kukin $= b$. Laske suhde $a : b$ neljän desimaalin tarkkuudella. Lausu $a : b$ myös juurilausekkeena.
8. Ympyräpohjaisen suoran kartion korkeusjanana on r -säteisen pallon halkaisija. Kuinka on kartion akselin ja sivujanan välinen kulma valittava, jotta pallon sisällä oleva osa kartion vaipasta olisi mahdollisimman suuri?
9. Säännölliseen n -kulmioon $A_1A_2A_3A_4 \dots A_n$ (missä n on suurempi kuin 4) piirretään n lävistäjää $A_1A_3, A_2A_4, \dots, A_nA_2$. Ne rajoittavat uuden säännöllisen n -kulmion. Laske tämän ja alkuperäisen n -kulmion alojen suhde. Määrää suhteen 5-desimaalinen likiarvo kun $n = 7$.
10. Määrää kaikki x :n arvot, jotka antavat funktiolle $2\cos 2x - 4\sin x - 3$ arvon 0.