

1. Erästä tavaramäärästä, jonka myyntihinta oli määrätty siten, että voittoa olisi $p\%$, jouduttiin osa myymään $q\%$:n alennuksella. Kuinka monta $\%$ tavaramäärästä oli tämä osa, kun koko tavaramäärän kauppa ei tuottanut voittoa eikä tappiota? Sovella tulos tapaukseen $p = 25$, $q = 50$.
2. 104-lehtistä kirjaa (jossa on tekstiä vain lehden toisella puolella) on erikoispaperille monistettava 600 kpl. Monistuskoneen kautta kulkevista lehdistä on osa tyhjiä. Näistä voidaan vain $\frac{2}{3}$ käyttää uudelleen. Tyhjänä kulkeneiden lehtien lukumäärä on $4,2\%$ painettujen lehtien lukumäärästä. Viimeksi mainituista on $2,5\%$ kelvottomia. Kuinka monta pakettia paperia á 500 lehteä on kirjan monistamista varten varattava?
3. Murtoluku $\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^2 - 5x}$ (\neq merkki luetaan = plus) voidaan kolmella $a:n$ arvolla supistaa siten, että nimittäjä tulee ensiasteiseksi. Määrää nämä $a:n$ arvot sekä vastaavat supistetut murtoluvut.
4. Määrää sen kolmion kulmat, jonka sivuina ovat suorat $2x \neq 2y = 5$, $3x - 4y = 12$ ja $2x = 3$.
5. Todista, että yhtälön $y = mx \neq b$ kuvaaja on suora.
6. Muunna annettu säännöllinen n -kulmio säännölliseksi $2n$ -kulmioksi.
7. Ympyrään, jonka säde on $2,5$ dm, on piirretty kolmio, jossa yksi sivu on 4 dm ja toinen sen viereinen kulma 30° . Laske kolmion ala. (Huom. kaksi)
8. Lieriön muotoinen astia, jonka pohjan halkaisija on 27 cm (\neq tapausta.) ja korkeus 32 cm, täyttyy vedellä $12,5$ sekunnissa putkesta, jonka sisäläpimitta on $2,4$ cm. Kuinka nopeasti vesi virtaa putkessa?
9. Kolmion ABC sisään piirretty ympyrä leikkaa C:stä piirretyn korkeusjanan CD, joka on $5,4$ cm, pisteissä E ja F siten, että $CE = 1,8$ cm ja $CF = 5,0$ cm. Määrää kolmion sivut ja kulmat.
10. Osoita, että lausekkeen $\frac{\log \sqrt{x} \neq \log \sqrt{x}}{\log x^2 - \log x^3}$ ($\sqrt{\quad}$ tarkoittaa kuutiojuurta) arvo ei riipu $x:n$ arvosta.

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä.

- Tehtävät 1, 3, 6 ja 7 kuten edellä.
Edellä olevat tehtävät 2, 4, 5, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla.
2. Päätymättömän geometrisen sarjan ensimmäinen termi on $tg x$ ja summa $\frac{1}{2} \sin 2x$ (niillä $x:n$ arvoilla, joilla sarja suppenee). Määrää sarjan suhdeluku. Millä $x:n$ arvoilla sarja suppenee?
 4. Mikä on sen ellipsin yhtälö, jonka akseleina ovat koordinaattiakselit ja joka kulkee pisteiden $(3, 1)$ ja $(-1, 2)$ kautta? Määrää puoliakselit ja eksentrisyys. Piirrä kuvio.
 5. Todista, että yhtälön $Ax \neq By \neq C = 0$ kuvaaja on suora.
 8. Määrää suurin säännöllinen nelisivuinen pyramidi, joka voidaan piirtää r -säteisen pallon sisään.
 9. Kolmion ABC ympäri piirretyn ympyrän säde on r . Todista, että kolmion ala on $2r^2 \sin A \sin B \sin C$. Laske sovellutuksena sen kolmion suurin sivu, jonka ala on $10,593$ m² sekä kulma $A = 36^\circ 7' 24''$ ja $B = 44^\circ 11' 10''$.
 10. Määrää sen logaritmijärjestelmän kantaluku (tai tämän briggsiläinen logaritmi), jossa kahden määrätyn luvun a ja b logaritmien tulo on = samojen lukujen tulo logaritmi. Laske kantaluvun 4-desimaalinen likiarvo, kun $a = 5$, $b = 2$.

1. Kahden luvun aritmeettinen keskiarvo on 25 % suurempi kuin niiden keski-
verto. Määrää lukujen suhde.
2. a ja b ovat positiivisia lukuja. Millä ehdolla $ab+1$ on suurempi kuin $a+b$?
3. Määrää a siten, että yhtälön $(a+1)x^2 - 2ax + a - 2 = 0$ juurien erotus on
 $= 1$. Tarkista tulos sijoittamalla.
4. Piirrä käyrä $y = 3 - 2x - x^2$; määrää sen ylin piste sekä sen ja koordinaat-
tiakselien leikkauspisteet. Laske mainitut pisteet kärkinä piirretyn neli-
kulmion ala.
5. Todista, että kolmion korkeussuorat kulkevat saman pisteen kautta.
6. Ympyrän kolmea sädettä on jatkettu ympyrän ulkopuolelle. Piirrä ympyrän ym-
päri kolmio, jonka kärjet ovat mainituilla jatkeilla. Milloin tehtävä on
7. Laske r -säteisen ympyrän kahden tangentin leikkauspisteen e- /mahdollinen?
täisyys sivuamispisteiden välisestä jännteestä, kun jänteen pituus on k .
8. Suoran ympyräpohjaisen kartion tilavuus on kaksi kertaa niin suuri kuin
sen sisään piirretyn pallon tilavuus. Määrää kartion sivujanan ja pohjan
9. Laske sellaisen suorakulmaisen kolmion terävät kulmat, jos- /säteen suhde.
sa hypotenuusalle piirretty keskijana on kohtisuorassa toiselle kateetille
piirrettyä keskijanaa vastaan.
10. Ratkaise tauluja käyttämättä, kumpi on suurempi: $\log_2 7$ vai briggsiläinen
 $\log 2000$.

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 3, 4, 5 ja 8 kuten edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 6, 7, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Päätymättömän geometrisen sarjan summa on 3904 ja sen kuuden ensimmäisen
termin summa 3843. Määrää sarjan ensimmäinen ja kuudes termi.
6. Kahden samassa tasossa olevan yhteneväisen neliön keskipisteet yhtyvät ja
niiden lävistäjien välinen pienin kulma on v . Neliöillä on yhteisenä osana
8-kulmio. Osoita, että tämän 8-kulmion ja neliön alojen suhde on $=$ niiden
piirien suhde. Laske suhteen tarkka arvo ja 4-desim. likiarvo, kun $v = 30^\circ$.
7. Ympyrän jänteen päätepisteistä piirretään normaalit jänteen suuntaiselle
sivuajalle. Kuinka jänne on valittava, jotta muodostuvan suorakulmion piiri
olisi mahdollisimman suuri? Konstruoivat tämä jänne.
9. Laske sen säännöllisen 7-kulmion ala, jonka suurin lävistäjä on 12,396 m.
10. Määrää a siten, että funktiolla $y = \frac{x^2 + a}{2x + 1}$ on ääriarvo, kun $x = 1$. Onko
tämä ääriarvo maksimi vai minimi? Määrää toinenkin ääriarvo ja piirrä funk-
tion kuvaaja, kun a :lla on edellä määrätty arvo.