

PITKÄ OPPIMÄÄRÄ .

Tehtävät 1, 3, 4, 6, 7, ja 8 samat kuin pitemmän oppimäärän siviilikirjoittajien tehtävät. Heidän tehtävänsä 2, 5, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. ~~4.5.1954~~ Neljän ABCD kärjestä A piirretään suora, joka leikkaa sivun BC pisteessä E ja sivun DC jatkeen pisteessä F. määrää piste E siten, että kolmioiden ABE ja ECF alojen summa on mahdollisimman pieni.
5. Todista laennettu Pythagorean teoreema.
9. sama kuin lyhyemmän oppimäärän siviilikirjoittajien tehtävä 9.
10. Minkä rajojen välissä ovat ne luvut, joiden logaritmit ovat $3,1n$ ja $3,5n$ välissä, kun logaritmijärjestelmän kantaluku on 4 ?

LYHYT OPPIMÄÄRÄ .

Tehtävät 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ja 10 kuten lyhyen oppimäärän siviilikirjoittajien tehtävät. Heidän tehtäviensä 9 korvataan seuraavalla:

9. Laske samaan ympyrään piirrettyjen säännöllisen 6-kulmion ja säännöllisen 9-kulmion piirien suhde.

PITKÄ OPPIMÄÄRÄ .

Tehtävät 1, 3, 4, 6, 7, ja 8 saavat kuin pitemmän oppimäärän siviilikirjoittajien tehtävät. Heidän tehtäviensä 2, 5, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. ~~WXYW~~ Neljän ABCD kärjestä A piirretään suora, joka leikkaa sivun BC pisteessä E ja sivun DC jatkeen pisteessä F. Nähdään piste E siten, että kolmioiden ABE ja ECF alojen summa on mahdollisimman pieni.

5. Todista laennettu Pythagoraan teoreema.

9. sama kuin lyhyemmän oppimäärän siviilikirjoittajien tehtävä 9.

10. Minkä rajojen välissä ovat ne luvut, joiden logaritmit ovat 3_{10} ja $3,5_{10}$ välissä, kun logaritmijärjestelmän kantaluku on 4 ?

1. Halkojen hakkuusta maksetaan k mk m^3 :itä, jolloin halot mitataan metsässä. On todettu, että kun ne ajetaan tien varteen ja mitataan siinä luovutusta varten, mittaus osoittaa niiden määrän p % pienemmäksi kuin metsässä mitattuna. Kuinka suuret ovat hakkuupalkat haloista, joiden määrä luovutuksessa on a m³?
2. Kaksi linja-autoa, A ja B, ajaa samaa tietä samalla nopeudella; A:lla on kahden minuutin etumatka. B:stä nähdään henkilöauton kohtaavan A:n ja 54 sekuntia myöhemmin sivuuttavan B:n. Laske henkilöauton ja linja-auton nopeuksien suhde.
3. Jaa luku 6499 tekijöihin nojautumalla siihen, että polynomi $12x^2 - 17x - 5$ saa arvon 6499 kun $x = 24$.
4. Määrää a siten, että sillä kolmiolla, jonka koordinaattiakselit muodostavat suoran $4x + 3y = a$ kanssa, ja sillä kolmiolla, jonka ne muodostavat suoran $5x - 12y = 12$ kanssa, on yhtäsuuret piirit. Piirrä kuvio ja tarkista tulos mittamalla.
5. Todista lavennettu Pythagoraan teoreema kolmion ollessa teräväkulmainen.
6. Kaksi ympyrää sivuaa toisiaan ulkopuolisesti pisteessä A. Ympyröiden toinen ulkopuolinen yhteinen tangentti sivuaa ympyröitä pisteissä B ja C. Todista, että pisteiden A, B ja C kautta piirretty ympyrä sivuaa annettujen ympyröiden keskussuoria.
7. Suorakulmaisen kolmion, jonka kateetit ovat 3 cm ja 4 cm, kulmien puolittajien ja vastaisten sivujen leikkauspisteet yhdistetään toisiinsa. Laske yhdysjanojen muodostaman kolmion ala.
8. Pallolla ja suoralla ympyräpohjaisella lieriöllä, jonka akselileikkaus on neliö, on yhteinen keskipiste ja yhtäsuuret kokonaispinta-alat. Laske pallon sisällä olevien lieriön pinnan osien kokonaisalan suhde lieriön sisällä olevien pallon pinnan osien kokonaisalaan. Tarkka arvo ja likiarvo 3 desimaalin tarkkuudella.
9. Säännöllisellä 7-kulmiolla ja säännöllisellä 9-kulmiolla on yhtäsuuret alat. Laske niiden piirien suhde 3 desimaalin tarkkuudella.
10. Todista yleisesti sääntö kokonaislukujen jaollisuudesta 9:llä.

PITKÄ OPPIMÄÄRÄ.

Tehtävät 1, 3, 4, 6 ja 8 kuten edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 5, 7, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Määrää kummankin sarjan $1 + \log x + (\log x)^2 + (\log x)^3 + \dots$ ja $1 + \log x + \log(x^2) + \log(x^3) + \dots$ n ensimmäisen jäsenen summa sekä laske tauluja käyttämättä summien arvot, kun $n = 10$ ja $x = \sqrt{0,1}$. Millä x :n arvoilla ensimmäinen sarja suppenee? Logaritmit ovat briggsiläisiä.
5. Todista kaava $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$, kun a , b ja $a - b$ ovat positiivisia teräviä kulmia.
7. Puolisuunnikkaassa, jonka sisään ja ympäri voidaan piirtää ympyrä, on toinen yhdensuuntaisista sivuista kolme kertaa niin suuri kuin toinen. Määrää mainittujen ympyräin alojen suhde.
9. Säännöllisellä m -kulmiolla ja säännöllisellä n -kulmiolla on yhtäsuuret alat. Osoita, että niiden piirien suhde on $\frac{m \sin \frac{a}{m}}{n \sin \frac{b}{n}}$ lausekkeesta (mtanga) : (ntangb), missä $a = 180^\circ : m$ ja $b = 180^\circ : n$. Laske suhteen likiarvo logaritmitaulujen antamalla tarkkuudella, kun $m = 7$, $n = 9$.
10. Ratkaise graafisesti yhtälöryhmä

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0, \quad 16x^2 - 9y^2 = 36.$$

1. Kuution A tilavuus on $p\%$ suurempi kuin kuution B tilavuus. Kuinka monta $\%$ suurempi on A:n pinta kuin B:n pinta? Laske tämä prosenttiluku logaritmeilla, jos $p = 50$.
2. Kuinka pitkä aika kuluu kahden peräkkäisen sellaisen hetken välillä, jolloin kellon tunti- ja minuuttiosoitin ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan?
3. Millä a :n reaaliarvoilla on olemassa kaksi reaaliilukua, joitten \sqrt{a} summa on $4a - 2$ ja tulo 4 ? Millä ehdolla nämä luvut ovat yhtäsuuret?
4. Johda origon ja pisteen $(3, -2)$ välinen jana halkaisijana piirrettyä ympyrän yhtälö. Osoita, että tämä ympyrä sivuaa suoraa $3x + 2y = 9$. Piirrä kuvio.
5. Todista, että kolmion korkeuspuolet leikkaavat toisensa samassa pisteessä.
6. Ympyrän sisään on piirretty kolmio ABC. A:n kautta piirretään suora yhdensuuntaiseksi B:n kautta piirretyn tangentin kanssa. Piirretyn suoran ja sivun BC tai sen jatkeen leikkauspiste olkoon D. Todista, että jana AB on janojen BC ja CD keskiuerte.
7. r -säteisen ympyrän ympäri on piirretty suorakulmainen kolmio. Laske sen ala, jos sen toinen kateetti on a .
8. Kahdella suoralla ympyräpohjaisella kartiolla, joista toinen on toisen sisällä, on yhteinen pohja. Kartioiden korkeudet ovat h ja $2h$ sekä pohjan säde on r . Kartiot leikataan pohjan suuntaisella tasolla, jonka etäisyys pohjasta on a . Laske vaippojen tästä tasosta leikkaaman ympyrärenkaan ala. Mikä tulos saadaan, jos $a = h/3$?
9. Ympyränkaaren jänne on a ja kaaren puoliskon jänne $1,5 a$. Laske kaaren asteen.
10. Mikä positiivinen luku korotettuna potenssiin $-2/3$ antaa $\sqrt[3]{10}$ 4,5? (Tarkka arvo ja 3-desimaalinen likiarvo.)

PITKÄ OPPIMÄÄRÄ.

Tehtävät 1, 4, 5, 7 kuten yllä.

Yllä olevat tehtävät 2, 3, 6, 8, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. Kuusitermisen aritmeettisen sarjan summa on 1950. Sen 1., 3. ja 6. termi muodostavat geometrisen sarjan. Kirjoita nämä sarjat.
3. Yhtälöillä $x^2 - ax + 4 = 0$ ja $x^2 - bx - 4 = 0$ on yhteinen juuri. Näytä, että tällöin $a^2 - b^2 = 16$.
6. Todista, että (teräväkulmaisen) kolmion ABC korkeusjanojen leikkauspiste jakaa A:sta lähtevän korkeusjanan suhteeseen $\cos A : \cos B \cos C$.
8. Kahdella suoralla ympyräpohjaisella kartiolla on yhteinen pohja. Toisen kärki yhtyy toisen korkeusjanan keskipisteeseen. Kartiot leikataan pohjan suuntaisella tasolla. Määrä tämä taso siten, että kartioiden vaippojen siitä leikkaama ympyrärenkas on mahdollisimman suuri.
9. Kolmiossa ABC on kulma $A = 112^{\circ}34'18''$, kulma $B = 19^{\circ}53'45''$ ja sivu $c = 32,457$ m. Laske c -sivun vastainen korkeus.
10. Ratkaise yhtälö $(10x)^{\log x - 1} = 100$. Logaritmi on briggsiläinen. (Tarkka arvo ja likiarvo.)