

1. Kiinteistöjen hoitokustannukset ovat v:sta 1938 nousseet 300 %. Samana aikana on asuinhuoneistojen vuokria sallittu nostaa 30 %. Jos nykyisiä vuokria korotetaan 50 %, niinkuin on ehdotettu, niin kuinka monta % näin saatavia uusia vuokria vielä pitäisi korottaa, jotta vuokrien nousu tulisi vastamaan hoitokustannusten nousua?
2. 8-henkisen seurueen jäsenten tulee kaikkien mahdollisimman pian päästä 65 km:n päässä olevaan paikkaan. Heillä on käytettävänä auto, johon heitä kuljettajan lisäksi mahtuu 4 kerrallaan ja jonka nopeus on 60 km/t. Heidän kävelynopeutensa taas on 6 km/t. Kuinka heidän tulee järjestää matkansa ja kuinka pitkän ajan kuluttua he silloin ovat perillä?
3. Laske $(\log 2)^{\log 3}$.
4. Osoita, että pisteet $(-1, 4)$, $(3, 2)$ ja $(1, -2)$ kärkinä piirretty kolmio on suorakulmainen sekä määrää kolmion pinta-ala. Piirrä kuvio.
5. Todista, että jos x_1 on yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ juuri, niin yhtälön vasen puoli on jaollinen $(x - x_1)$:llä.
6. Teräväkulmaisen kolmien korkeusjanojen kantapisteet yhdistetään toisiinsa. Todista, että alkuperäisen kolmion korkeusjanat puolittavat näin muodostuneen kolmion kulmat.
7. Ympyrään, jonka säde on 3 cm, on piirretty kolmio, jonka yksi sivu on 5 cm ja toinen tämän sivun vieressäistä kulmista 60° . Laske kolmion alan tarkka arvo sekä likiarvo $0,1 \text{ cm}^2$:n tarkkuudella.
8. Suoraan ympyräpohjaiseen lieriöön, jonka korkeus on - sen pohjan halkaisija, on piirretty pallo, tähän taas kartio, jonka akselileikkaus on tasasivuinen kolmio, kartioon jälleen pallo sekä tähän samanmuotoinen lieriö kuin ensinmainittu. Laske näiden lieriöiden pinta-alojen suhde.
9. Suorakulmaisessa kolmiossa on yksi kulma $58^\circ 24'$. Laske kateeteille piirrettyjen keskijanojen (mediaanien) välinen kulma.
10. Osoita, että $\frac{a}{a+b} + \frac{c}{b+c} = 1$, jos b on a :n ja c :n keski-
visia).
verte. (a , b ja c ovat positiivisia).

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä .

Tehtävät 1, 6, 7 ja 8 kuten edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 3, 4, 5, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

- 2 (siviilioppilaat). Kolmion ABC kärjestä C piirretään korkeusjana CD ja D projisoidaan sivulle BC pisteeseen E. E:stä piirretään kolmion BED korkeusjana EF ja F projisoidaan jälleen BC:lle pisteeseen G, ja tätä konstruktiota jatketaan loppumattomiin. Laske piirrettyjen (AB:tä vastaan kohtisuorien) korkeusjanojen summa ja osoita sekä laskennallisesti että geometrisesti, että se on - jana CX, missä X on korkeusjanan CD jatkeen ja B:hen piirrettyä BC:n normaalin leikkauspiste.
- 2 (sotilasoppilaat). Mistä suorakulmaisen kolmion hypotenuusan vastaisen korkeusjanan pisteestä kolmion sivuille piirrettyjen normaalien neliöiden summa on mahdollisimman pieni?
3. Määrää sen logaritmijärjestelmän kantaluku, jossa luvun logaritmi on - sen briggsiläinen logaritmi kerrottuna $(-\pi)$:llä (lue: minus pii).
- 4 (siv.). Ympyrä kulkee pisteiden $(1, 3)$, $(5, 1)$ ja $(3, -3)$ kautta. Johda ympyrän yhtälö sekä määrää sen säde ja keskipisteen koordinaatit. Piirrä kuvio.
- 4 (sot.). Ympyrä kulkee pisteiden $(1, 3)$, $(5, 1)$ ja $(3, -3)$ kautta. Määrää ympyrän keskipisteen koordinaatit ja säde. Piirrä kuvio.
- 5 (siv.). Johda kuoletuslainan kaava, kun ensimmäinen vuotuismaksu (annuiteetti) suoritetaan vuoden kuluttua lainan ottamisesta.
- 5 (sot.) - lyhyen oppimäärän teht. 5.
- 9 (siv.). Kolmion ABC kulma A on $58^\circ 13' 18''$. Kärkipisteistä B ja C piirretyt korkeusjanat ovat 8,5689 ja 1,9258 m. Kuinka suuret ovat kulmat B ja C?
- 9 (sot.). Kolmion ABC kulma A on 45° . Kärkipisteistä B ja C piirretyt korkeusjanat ovat 8 ja 2 m. Kuinka suuret ovat kulmat B ja C?
- 10 (siv.). Määrää paraabelin $y = x^2 - 3x - 2$ ja suoran $x + y = 1$ leikkauspisteisiin piirrettyjen paraabelin normaalien leikkauspisteen koordinaatit. Piirrä kuvio.
- 10 (sot.). Osoita, että $\frac{a}{a+b} + \frac{c}{b+c} \neq 1$ jos b on a :n ja c :n keski-
visia).
verte. (a , b ja c ovat positiivisia).

1. Kahden positiivisen luvun aritmeettinen keskiarvo on 25 % suurempi kuin niiden keskiarvo. Määrää lukujen suhde!
 2. Vanhassa mittajärjestelmässämme oli 1 jalka = 0,2969 m ja 1 kannu = 0,1 kuutiojalkaa. Lausu 1 kannu litroina!
 3. Määrää a siten, että polynomi $3x^2 - ax - a + 9$ on jaollinen binomilla $3x + 1$.
 4. Kolmion ABC sivun AB keskipiste on $(1,5; 0,5)$, sivun BC keskipiste $(0,4; 1)$ ja keskijanojen leikkauspiste $(0,6; 0,5)$. Johda B:stä piirretyn keskijanan yhtälö. Piirrä kuvio.
 5. Todista, että kolmion kulman vieruskulman puolittaja jakaa vastakkaisen sivun ulkopuolisesti muitten sivujen suhteeseen.
 6. Kahden ympyrän leikkauspisteen kautta on toiselle ympyrälle piirrettävä jänne, jonka toisen ympyrän kehä puolittaa.
 7. Teräväkulmaisen kolmion sisään, jonka kanta on 5 cm ja korkeus 3 cm, on piirretty suorakulmio R, jossa kolmion kantaa vastaan kohtisuorat sivut ovat 1 cm:n pituiset. On toinenkin tähän kolmioon samalla tavoin piirretty suorakulmio S, jonka ala on $= R$:n ala. Laske suorakulmion S sivut.
 8. Pyramidi on pohjan suuntaisilla tasoilla jaettu kolmeen osaan, joiden tilavuudet (huipusta lukien) suhtautuvat toisiinsa kuin 1:2:3. Laske alimman ja ylimmän osan korkeuksien suhde (tarkka arvo ja 3-desim. likiarvo).
 9. Suorakulmaisen kolmion toinen kateetti on hypotenuusan ja toisen kateetin keskiarvo. Laske kolmion terävät kulmat.
- SOTILASKIRJOITTAJILLE:** 9. Tasakylkisen suorakulmaisen kolmion kateetti jaetaan kolmeen yhtäsuureen osaan ja jakopisteet yhdistetään vastakkaisen kulman kärkseen. Kuinka suuriin osiin mainittu kulma jakautuu?
10. Laske lausekkeen $3^a \cdot 3^b + (2^a)^b$ arvo, jos a ja b ovat yhtälön $x^2 + 0,43x - 0,24 = 0$ juuret.

PITKÄ OPPIMÄÄRÄ.

Tehtävät 1, 4, 5 ja 8 kuten edellä.

Edellä olevat tehtävät 2, 3, 6, 7, 9 ja 10 korvataan seuraavilla:

2. (SIVILIKIRJOITTAJILLE) Turvatakseen poikansa opinnot isä tallettaa pojan syntyessä (31.12.) ja sen jälkeen kunakin hänen syntymäpäivänään niin suuren summan, että poika voisi viitenä perättäisenä syntymäpäivänään nostaa 100 000 mk kunakin, ensimmäisen kerran täyttäessään 18 vuotta. Mikä summa kunakin vuonna on talletettava, jos kaikki talletukset ovat samansuuruiset ja viimeinen niistä tehdään pojan täyttäessä 17 vuotta ja jos rahoille lasketaan 5 %:n korko, joka aina vuoden lopussa lisätään pääomaan?
2. (SOTILASKIRJOITTAJILLE) A ja B ovat samojen kahden metallin M ja N seoksia (lejeerinkejä), A painosuhteessa 5:4, B suhteessa 3:2. Kuinka monta % seosta A ja kuinka monta % seosta B on sellaisessa seoksessa, jossa M:n ja N:n painojen suhde on 4:3?
3. Tutki, millä a :n reaaliarvoilla yhtälön $(1 + a)x^2 - 2x + 3 - a = 0$ juuret ovat 1:o erimerkkisiä (ja reaalisia), 2:o molemmat positiivisia, 3:o molemmat negatiivisia, 4:o imaginaarisia (ei-reaalisia).
6. Kahden ympyrän leikkauspisteen kautta on toiselle ympyrälle piirrettävä jänne, josta kolmannes jää toisen ympyrän sisään.
7. Suorakulmaisen kolmion sisään on piirretty suorakulmio siten, että yksi suorakulmion kulma yhtyy kolmion suoraan kulmaan. Suorakulmion sivut ovat a ja b ja sen ala on $3/8$ kolmion alasta. Määrää kolmion kateetit.
9. (SIV.) Laske tauluja käyttämättä $\sin(a + b)$, kun $\sin a = 3/5$, $\sin b = 1/3$ ja a on terävä, b tylppä kulma (tarkka arvo ja 5-desim. likiarvo). Määrää likiarvo myös laskemalla ensin kulmat a ja b .
9. (SOT.) sama kuin LYH. OPPIM. teht. 9 (SOT.).
10. Neliö jaetaan sivujen suuntaisilla suorilla neljään osaan, joista kaksi on neliöitä. Kuinka mainitut suorat on piirrettävä, jotta muodostuneiden neliöiden alojen summa olisi mahdollisimman pieni?