

1. 1.1.1947 alennettiin useimpien teollisuustuotteiden myyntihintoja 5 %. Kauppias olisi varastonsa myynnillä voittanut 12 %, ellei hintoja olisi alennettu. Kuinka monta % hänen todellinen voittonsa tuli olemaan, jos varastosta oli 16 % sellaisia tavaroita, joiden hinta jäi alentamatta?
2. Laiva kulkee virtaa pitkin A:sta B:hen p % lyhyemmässä ajassa kuin B:stä A:han. Kuinka monta % virran nopeus on laivan nopeudesta (tyynessä vedessä)?
3. Toisen asteen yhtälön juurien suhde on 2 ja niiden käänteislukujen summa 3. Muodosta yhtälö.
4. Johda ympyrän $x^2 + y^2 = 25$ pisteeseen (4, 3) piirretyn sivuaajan yhtälö ja laske koordinaattiakselien sivuajasta erottaman janan pituus. Tarkista tulos mittaamalla.
5. Todista, että ympyrään piirretyn säännöllisen 10-kulmion sivu on = jatkuvaan suhteeseen jaetun säteen suurempi osa. Piirrä annettuun ympyrään säännöllinen 10-kulmio.
6. Kolmiossa ABC yhdistetään sivun AB keskipiste A:sta piirretyn korkeusjanan kantapisteeseen. Todista, että yhdysjana on yhtä pitkä kuin sivujen BC ja CA keskipisteiden välinen etäisyys.
7. Säännöllisellä 8-kulmiolla ja neliöllä on yhtäsuuret piirit. Laske kuvioiden alojen suhde (tarkka arvo ja 3-desimaalinen likiarvo).
8. Suoran säännöllisen nelisivuisen pyramidin kokonaispinta-ala on 8 dm^2 ja tilavuus $4/3 \text{ dm}^3$. Laske sen pohjasärmä.
9. Suorakulmaisen kolmion toinen kateetti on 100.0 cm ja viereinen kulma $38^\circ 24'$. Laske kolmion sisäänpiirretyn ympyrän ala.
10. Raitiotien kahden pysäkin väli AB on 200 m. Raitiovaunun kiihtyvyys ja hidastuvuus eivät saa ylittää 1 m/sek^2 eikä nopeus olla suurempi kuin 8 m/sek . Mikä on lyhyin aika, jossa vaunu voi kulkea välin AB?

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä :

Tehtävät 1, 4, 5, 6 ja 10 kuten yllä olevat.

Yllä olevat tehtävät 2, 3, 7, 8 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Osoita, että $\frac{a-c}{b-c} > \frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$, jos $a > b > c > 0$, ja että $\frac{a}{b}$ on lähempänä viimeistä kuin ensimmäistä näistä murtoluvuista.
3. Osoita, että yhtälön $ax^2 - (a+3)x + 2 = 0$ juuret ovat reaaliset, olipa a:lla mikä hyvänsä reaalinen arvo ($\neq 0$).
7. Tasakylkinen kolmio, jonka kyljen ja kannan suhde on 5 : 6, on jaettava kannan suuntaisella janalla niin, että osien alojen suhde on = niiden
8. Suoran säännöllisen nelisivuisen pyramidin tilavuus /piirien suhde. on $4/3 \text{ dm}^3$. Määrää sen korkeus niin, että kokonaispinta-ala tulee mahdollisimman pieneksi.
9. Suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on 524.56 cm ja kulma $38^\circ 24' 18''$. Laske kolmion sisäänpiirretyn ympyrän ala.

MAATEKNIKAN KILPAILUSTUTKINTO SYKSYLLÄ 1947. MATEMATIIKKA. LYHYT OPPIMÄÄRÄ.

1. Aviopuolisojen yhteisveroituksessa v. 1946 oli vaimon ansiotuloista 20.000 mk verovapaata ja sen ylittävältä tulon osalta meni 36 % veroihin. Kuinka paljon hänen olisi pitänyt kuukaudessa ansaita saadakseen ansioistaan maksetuksi veronsa sekä kotiapuraisien palkan, joka luontoisetuineen oli 4.600 mk kuussa?
2. Marmeladilajin ilmoitetaan sisältävän korkeintaan 45 % vettä. Siinä on 62 % siirappia ja loput muita aineita. Minkä rajojen välillä on siirapin vesipitoisuus, jos marmeladi todella sisältäisi 45 % vettä?
3. Määrää a siten, että trinomi $3x^2 + ax + 8$ tulee tasan jaolliseksi lausekkeella $3x + 1$. Ja a trinomi sen jälkeen tekijöihin.
4. Määrää a siten, että suoran $y = x$ parabelista $y = x^2 + a$ leikkaaman jänteen pituus on $= 2$. Tarkista tulos graafisesti.
5. Todista tulon ja osamäärän logaritmeja koskevat väittämät.
6. ABC on ympyrän tangenttikulma. Piirretään sivuaja, joka leikkaa ABC:n kyljet kärjen B ja sivuamispisteiden välissä olevissa pisteissä D ja E. Todista, että kolmion BDE piirin pituus on riippumaton sivuajan DE paikasta.
7. Suorakulmaisen kolmion kateettien a ja b hypotenuusalla olevat projektiot halkaisijoina piirretään ympyrät. Kuinka suuret osat kateeteista jäävät ympyräin sisään?
8. Kolmion sivut ovat 13, 20 ja 21 cm. Laske sen kappaleen pinta-ala, joka syntyy, kun kolmio pyörrähtää pisimmän sivunsa ympäri.
9. Ympyrään piirretyn säännöllisen 7-kulmion sivu on hieman suurempi kuin samaan ympyrään piirretyn tasasivuisen kolmion sivun puolisko. Kuinka monta % edellinen on jälkimmäistä suurempi?
10. Mitä maksaa 1 vesilitran lämmittäminen 10:stä 100 asteeseen sähköastiassa, kun sähkövirran 1 kilovattitunti maksaa 6:50 ja vain 40 % virran energiasta tulee veden lämmittämisen osalle?

P I T K Ä O P P I M Ä Ä R Ä :

- Tehtävät 1, 4, 5, 7 ja 10 kuten edellä.
Edellä olevat tehtävät 2, 3, 6, 8 ja 9 korvataan seuraavilla:
2. $\log 72 = a$ ja $\log 108 = b$. Määrää $\log 144$ (a :ssa ja b :ssä lausuttuna).
 3. Määrää p siten, että yhtälöillä $x^2 + px - 3 = 0$ ja $2x^2 + 5px + 12 = 0$ on yhteinen juuri. Tarkista tulos ratkaisemalla yhtälöt.
 6. Ympyrään piirretyn tasakylkisen kolmion ABC huipusta C piirretään jänteet CD ja CE, joista edellinen leikkaa janan AB pisteessä F ja jälkimmäinen pisteessä G. Todista, että $CD : CE = CG : CF$.
 8. Pallon sisään piirretyistä lieriöistä (sylintereistä) on määrättävä se, jonka kokonaispinta-ala on suurin. (HUOM. Selvemmin näin: Annetun pallon ...)
 9. Ympyrään piirretyn säännöllisen 7-kulmion sivu s on hieman suurempi kuin samaan ympyrään piirretyn tasasivuisen kolmion sivun puolisko p . Laske, kuinka monen minuutin ja sekunnin verran jännettä s vastaava ympyrän kaari on suurempi kuin jännettä p vastaava kaari.