

1. Seurakunnan väkiluvusta oli vuoden alussa 46 % miehiä ja 54 % naisia. Vuoden kuluessa miesten lukumäärä väheni 4 %:lla ja naisten lisääntyi 2 %:lla. Kuinka monta prosenttia väkiluvusta vuoden lopussa oli miehiä ja kuinka monta prosenttia naisia?
2. Kahta metallia sulatetaan yhteen painosuhteessa 2:1. Edellisen ominaispaino on 7,2 ja jälkimmäisen 11,4. Mikä on seoksen ominaispaino, jos oletetaan, ettei sekoitettaessa tapahdu tilavuuden muutosta?
3. Määrää yhtälössä $ax^2 - ax + x + 2a + 1 = 0$ luku a siten, että juuret tulevat yhtä suuriksi. Sijoita tämän jälkeen saadut a :n arvot annettuun yhtälöön ja ratkaise näin saadut yhtälöt.
4. Suora, joka kulkee pisteen $x = -2$, $y = 0$ kautta, rajoittaa koordinaattiakselin kanssa kolmion, jonka ala on 3 pinta-yksikköä. Määrää suoran yhtälö. Laske kolmion hypotenuusan pituus ja tarkista viimeksi mainittu tulos graafisesti.
5. Todista, että kolmiossa terävän kulman vastaisen sivun neliö on = molempien muiden sivujen neliöiden summa miinus kaksi kertaa se tulo, jonka tekijöinä ovat toinen näistä sivuista ja toisen tälle sivulle piirretty projektiio.
6. Ympyrän, jonka keskipiste on K , mielivaltaisesta pisteestä P on piirretty kohtisuora PC halkaisijaa AB vastaan. Säteestä KP on erotettu KC :n suuruisen osa KD . Mikä on pisteen D ura, kun piste P siirtyy pitkin ympyrän kehää? Todista, että saatu tulos on oikea.
7. Säännöllisessä kuusikulmiossa rajoittavat ne lävistäjät, jotka eivät kulje kuusikulmion keskipisteen kautta, säännöllisen kuusikulmion. Kuinka suuri on tämän pienemmän kuusikulmion ala, jos annetun kuusikulmion sivu on 2 cm?
8. Suoran ympyräpohjaisen kartion, jonka akselileikkauskuvio on tasakylkinen suorakulmainen kolmio, sisään on piirretty pallo. Kuinka monta prosenttia pallon tilavuus on kartion tilavuudesta? Määrää tarkka arvo sekä likiarvo kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.
9. Määrää ympyrän ympäri ja sisään piirrettyjen säännöllisten 90-kulmioitten piirien pituudet, kun ympyrän säde on 3 cm. Tulokset annetaan neljän merkitsevän numeron tarkkuudella.
10. Atwoodin pudottimen langan päissä on 200 ja 225 g:n painot. Minkä nopeuden ne saavuttavat kuljettuaan irroittamishetkestä lukien 2 m.? Kitka ja pyörän massa jätetään huomioon ottamatta.

P I T E M P I K U R S S I

Tehtävät 1, 5, 6 ja 10 samat kuin yllä olevat.

Ylläolevat tehtävät 2, 3, 4, 7, 8 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Kahden reaalityluvun summa ja tulo ovat yhtä suuret. Mitä arvoja summan ja tulon yhteinen arvo a voi saada alkuperäisten reaalitylukujen vaihdellessa?
3. Määrää a :n arvo yhtälössä $2x^2 - ax + 2a - 4 = 0$, kun juurien u ja v välillä on voimassa yhtälö $u(2 + v) = 2(14 - v)$.
4. Suora, joka kulkee pisteen $x = -1$, $y = 0$ kautta, rajoittaa koordinaattiakselin kanssa kolmion, jonka piiri on = 3. Määrää suoran yhtälö. Tarkista tulos graafisesti.
7. Kolmion ABC sivulla BC olevasta mielivaltaisesta pisteestä P piirretään yhdensuuntaiset suorat BA :lle ja CA :lle. Leikkauspisteet sivujen CA ja BA kanssa olkoot D ja E . Osoita, että kolmion ADE ala on kolmioiden BCP ja PDC alojen keskiarvo.
8. Suoran kartion korkeuden ja kartion sisään piirretyn pallon halkaisijan suhde on s . Laske kartion ja pallon tilavuuksien suhde.
9. Määrää ympyrän ympäri ja sisään piirrettyjen säännöllisten 90-kulmioitten piirien pituudet, kun ympyrän säde on 3 cm. Mitkä likiarvot saadaan tämän perusteella luvulle π (lue: pii)? Tulokset annetaan neljän merkitsevän numeron tarkkuudella.

1. Vuonna 1938 kilo kahvia maksoi 50 mk. Tänä vuonna on sen hinta 700 mk. Kuinka monta % viimeksi mainittu hinta on suurempi kuin se hinta, joka vastaa elintarvikeindeksiä 460, jos sama indeksi vuonna 1938 oli 100?
2. Määrää kaksi lukua, joiden summa on 1 ja logaritmien erotus 1.
3. Määrää a yhtälössä $x^2 - 3ax + a + 1 = 0$ siten, että toinen juuri on kaksi kertaa niin suuri kuin toinen. Sijoita sen jälkeen saadut a :n arvot annettuun yhtälöön ja ratkaise se.
4. Määrää sen kolmion pinta-ala, jonka sivuina on x -akseli sekä suorat $x + y = -2$ ja $2x - y = 4$. Pituusyksikkönä on 1 cm.
5. Muunna kolmio toiseksi siten, että yksi sen kulmista jää muuttumatta ja että toinen tämän kulman viereisistä sivuista tulee tunnetun janan pituiseksi.
6. Määrää ympyrän janteen keskipisteen ura, kun jänne kääntyy 360 astetta annettu n pisteensä ympäri. Todista tulos oikeaksi.
7. Suorakulmaisen kolmion hypotenuusa on 4 cm ja toinen terävistä kulmista 60 astetta. Hypotenuusa halkaisijana piirretään puoliympyrä samalle puolelle kuin kolmio ja kummallekin kateetille kolmion ulkopuolelle puoliympyrä. Täten muodostuu kaksi puolikuun muotoista kuviota (Hippokrateen puolikuut). Johda kummankin puolikuun ala ja todista, että niiden summa = kolmion ala.
8. Suoran kartion sisään on piirretty suora lieriö (sylinteri), jonka pohjan säde on kolmas osa kartion pohjan säteestä. Määrää lieriön ja kartion tilavuuksien suhde.
9. Määrää säännöllisen tetraedrin kahden sivutahon diedrikulma.
10. Kuinka suuri on vakiovoima, joka antaa vaakasuoralla alustalla olevalle kaksi tonnia painavalle vaunulle yhdessä minuutissa nopeuden 18 m/sek., kun kitkakerroin alustaa vastaan on 0,02?

PITEMPI KURSSI.

- Tehtävät 1, 5, 6, 7, ja 10 ovat samat kuin yllä olevat.
Tehtävät 2, 3, 4, 8 ja 9 vaihdetaan seuraaviksi.
2. Tasasivuisen kolmion ja neliön piirien summa on a . Lasko kuvioiden sivut ja niiden suhde, kun ~~xxxxxxxxxxxxxxxx~~ niiden elojen summa saa mahdollisimman pienen arvon.
 3. Yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ juuret ovat u ja v . Muodosta se toisen asteen yhtälö, jonka juurina ovat $(u + 1) : u$ ja $(v + 1) : v$ ja jonka kertoimet on lausuttu a :n, b :n ja c :n avulla.
 4. Paraabelin $y = x^2$ huippupisteen O kautta piirretään paraabelille kaksi toisiaan vastaan kohtisuorassa olevaa sekanttia, jotka leikkaavat paraabelin paitsi O :ssa pisteissä A ja B . Kolmion AOB ala on $5/3$ pinta-yksikköä. Määrää sekanttien yhtälöt.
 8. Suoran kartion sisään on piirretty suora lieriö (sylinteri), jonka pohjan säde suhtautuu kartion pohjan säteeseen niinkuin $m:n$. Määrää lieriön ja kartion tilavuuksien suhde. Sovella tulos siihen tapaukseen, jolloin $m = \sqrt{2}$ ja $n = \sqrt{3}$.
 9. Millä leveysasteella on kahden pisteen, joiden maantieteellisten pituuksien erotus on 24 astetta, leveyspiiriä pitkin laskettu etäisyys 1 000 km, kun maapallon säde on 6370 km?

1. Kauppias ostaa tavaraa, joka maksaa a mk kiloilta ja saa tällöin alennuksen tietyh $\%:n$ mukaan. Hän myy tavaraa b mk:n hinnasta kiloilta ja saa tällöin voiton, joka on yhtä monta $\%$ kuin yllä mainittu alennus- $\%$. Määrää tämä.
2. A aloittaa työn klo 8 ja jatkaa sitä klo 14 saakka, jolloin B astuu hänen tilalleen saaden työn valmiiksi klo 18. Jos taas B aloittaa työn klo 8 ja A klo 14 astuu hänen tilalleen, saa A työn valmiiksi klo 17. Kuinka monta $\%$ B:n työteho on A:n työtehosta?
3. Määrää a siten, että yhtälön $x^2 + (1+a)x + 2a = 0$ juurien erotus tulee $= 1$. Tarkista tulos sijoittamalla saatu a :n arvo ja ratkaisemalla yhtälö.
4. Määrää pisteen $(1,0)$ etäisyys suorasta $x - 2y + 9 = 0$. Tarkista tulos mittamalla.
5. Todista, että kolmion kulman puolittaja jakaa vastaisen sivun viereisten sivujen suhteeseen.
6. AD ja BE ovat kolmion ABC korkeusjanoja ja CF sen keskijana (mediaani). Todista, että kolmio DEF on tasakylkinen.
7. Piirrä annetun neliön sisään tasakylkinen kolmio, jonka huippu yhtyy neliön yhteen kärkipisteeseen ja jonka ala on neljännes neliön alasta. Suorita tehtävän tarkastelu.
8. Kuutiolla ja suoralla pyramidilla on yhteinen pohja ja sama kokonaispinta-ala. Laske niiden tilavuuksien suhde.
9. Ympyrän halkaisija on jaettu suhteeseen $1:2$ ja jakopisteeseen on piirretty kohtisuora jänne. Laske jännettä vastaavien kaarien suhde.
10. Junan nopeus kasvaa 1 minuutissa 5:stä 15:een m/sek. Kuinka pitkän matkan on juna tällöin kulkenut, jos veturin kehittämä vetovoima on vakio?

P I T K Ä K U R S S I :

Tehtävät 1, 4, 5, 7, 8 ja 10 kuten yllä,

Yllä olevat tehtävät 2, 3, 6 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Määrää a siten, että funktio $\frac{x^2 + a}{x - 1}$ saa maksimiarvonsa, kun $x = -2$ ja laske tämä maksimi. Tarkista tulos.
3. Mikä on pienin kokonainen luku n , jolla $n:n$ ensimmäisen kokonaisluvun summa on suurempi kuin 100.000?
6. Ympyrän ympäri on piirretty puolisuunnikas, jonka erisuuntaiset sivut ovat yhtä pitkät. Todista, että ympyrän halkaisija on puolisuunnikkaan kantojen keskiverto.
9. Säännöllisen 7-kulmion ja säännöllisen 6-kulmion sivut ovat keskenään yhtä suuret ja niiden alojen erotus on 4 cm^2 . Mikä on sivun pituus?