

1. Junaradalla on junien nopeus vuosien kuluessa kasvanut 140 %. Montako % on matka-aika vähentynyt?
2. Pullo sisältää 20 % ainetta p, 10 % ainetta q, loput vettä. Toinen pullo sisältää 50 % ainetta q, loput vettä. Paljonko on kummastakin pullosta otettava 500 g sekoituksen valmistamiseksi, joka sisältää 15 % ainetta p, 15 % ainetta q, loput vettä?
3. Osoita, että  $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$  (Lue ensimmäinen termi: Neliöjuuri lausekkeesta  $(2 + \text{neliöjuuri } 3\text{:sta})$ .)
4. Laske sen kolmion pienin korkeus, jonka sivuina ovat suorat  $x + 3y = 0$ ,  $3x + y = 0$  ja  $x + 3 = 0$ . Tarkasta tulos mittaamalla.
5. Kolmion ABC kulman C vieruskulman puolittaja leikkaa sivun AB jatkeen pisteessä D. Todista, että  $AD : BD = AC : BC$ .
6. Kaksi ympyrää leikkaa toisensa pisteissä A ja B. B:stä piirretään jänneet BC ja BD siten, että kumpikin sivuaa toista ympyrää. Tämän jälkeen piirretään jänneet AC ja AD. Todista, että ympyräin yhteinen jänne AB puolittaa kulman CA.
7. Suorakulmaisella, normaalikokoisella paperiarkilla on se muoto, että jos se puolitetaan lyhemmän sivun suuntaisella leikkauksella, kumpikin osa tulee jakamattoman arkin muotoiseksi. Laske arkin pituuden ja leveyden suhde.
8. Pallon halkaisija jaetaan jatkuvaan suhteeseen ja jakopisteen kautta asetetaan halkaisijalle normaalitaso. Todista, että tämä taso jakaa pallon pinnan siten, että pienemmän kalotin pinta-ala on suuremman kalotin pinta-alan ja leikkausympyrän pinta-alan keskiarvo.
9. Jänne jakaa ympyrän kehän suhteeseen 1 : 6. Mihin suhteeseen jakaantuu ympyrän pinta?
10. 5 kg painava teräskappale karastiin kuumentamalla  $1000^{\circ}\text{C}$  lämpöön ja upotta malle sen jälkeen öljyhauteeseen, jossa oli 20 kg  $15^{\circ}\text{C}$  öljyä. Mikä tuli yhteinen lämpötila olemaan? (Teräksen ominaislämpö on 0,12 ja öljyn 0,42. Lämmönhäviötä ympäristöön ei huomioida.)

## P I T E M P I K U R S S I .

Tehtävät 1, 4, 5, 6, 8, 9 ja 10 samat kuin yllä olevat.  
Yllä olevat tehtävät 2, 3 ja 7 korvataan seuraavilla:

2. Erään luvun logaritmi siinä järjestelmässä, jonka kanta on 7, on  $-1/3$ . Ilmaisluvun tarkka arvo ja sen 4-desimaalinen likiarvo.
3. Käyrän  $y = \sqrt{x}$  (Lue: neliöjuuri x:stä) pisteiden  $(1, 1)$  ja  $(9/4, 3/2)$  kautta piirretään suora. Lausu käyrän ja suoran (samaa abskissaa vastaavien) ordinaattain erotus ja laske tämän erotuksen suurin arvo. Piirrä kuvio.
7. Suunnikkaassa, jonka sivujen mittaluvut ovat a ja b ja lävistäjien c ja d, on  $a : c = b : d$ . Laske tämä suhde sekä lävistäjien pituudet, kun  $a = 6$  cm ja suunnikkaan yksi kulma on  $45^{\circ}$ .

YLIOPPILASTUTKINTO KEVÄÄLLÄ 1944. MATEMATIIKAN KOE. LYHEMPI KURSSI.

1. Pankki maksaa  $p$  % korkoa, joka vuosittain lisätään pääomaan. Toinen pankki maksaa  $q$  % korkoa, joka puollivuosittain lisätään pääomaan. Määrää  $q$  siten, että pankit tallettajalle karmalta ovat yhtä edulliset.
2. Kauppias myy tavaraa määrätyllä voitolla. Kuinka monta % hänen on kohotettava myyntihintaa saadakseen entisen voiton, sen jälkeen kuin hänen on maksettava 15 % myyntihinnasta liikevaihtoverona?
3. Supista murtoluku  $\frac{2x^5 - x^2 + x + 1}{x^3 + 1}$ .
4. Laske parabelien  $y = 2x^2 - 1$  ja  $y = 3 + x - x^2$  yhteisen jänteen pituus. Piirrä kuvio ja tarkasta tulos mittamalla.
5. Todista, että  $\log a^n = n \log a$ .
6. Kolmion ABC kärkipisteistä B ja C piirretyt korkeusjanat leikkaavat (jatketuina) kolmion ympäri piirretyn ympyrän pisteissä D ja E. Todista, että kaaret AD ja AE ovat yhtä suuret.
7. Määrää kolmion ABC sivulla AB piste D siten, että kolmioilla ACD ja BCD on yhtä suuret pinnat, sekä laske mainittujen osakolmioiden alojen suhde.
8. Palloon on piirretty suora lieriö (sylinteri) ja suora kartio siten, että ne ovat samalla puolella yhteistä pohjaa. Lieriöllä ja kartiolla on yhtäsuuret tilavuudet. Määrää lieriön korkeuden ja pohjan halkaisijan suhde.
9. Määrää sellaisen suunnikkaan kulmat, jonka lävistäjäien suhde on 2 niiden välisen kulman ollessa  $45^\circ$ .
10. Vesiputouksen korkeus on 20 m ja vesimäärä  $40 \text{ m}^3$  minuutissa. Kuinka monta hevosvoimaa kehittää vesiturbiini, jonka teho on 25 % vesiputouksen tehosta?

HUOM! Tehtävissä 3 on osoittaja  $2x^3 - x^2 + x + 1$ , nimittäjä  $x^3 + 1$ .  
 Tehtävissä 4 ovat parabelien yhtälöt  $y = 2x^2 - 1$  ja  $y = 3 + x - x^2$ .

P I T E M P I K U R S S I .

Tehtävät 1, 4, 5, 6, 8, 9 ja 10 kuten yllä.

Tehtävät 2, 3 ja 7 korvataan seuraavilla:

2. Tasakylkisen kolmion sivut ovat  $a$ ,  $b$  ja  $b$ .  $a$ :ta vastaan piirretyllä korkeusjanaalla on määrättävä piste siten, että sen kärkipisteistä laskevien etäisyyksien summa tulee mahdollisimman pieneksi.
3. Ylläolevaan tehtävään 3 lisätään: Määrää, millä  $x$ :n arvoilla murtoluku on positiivinen.
7. Ympyrän jänteet AB ja CD leikkaavat toisensa pisteessä E.  $AE = 6$ ,  $EB = 2$  ja  $DE = 12$  cm sekä kulma  $AEC = 120^\circ$ . Laske ympyrän säde.

1. Luku lisätään  $p\%$  ja saatu luku lisätään senjälkeen  $q\%$ . Osoita, että saadaan sama tulos, jos lisäys ensin on  $q\%$  ja sitten  $p\%$ . Kuinka monta  $\%$  on alkuperäinen luku kummassakin tapauksessa kasvanut?
2. Metalliseos sisältää kaksi metallia painosuhteessa  $4 : 3$ . Toinen seos sisältää samat metallit suhteessa  $2 : 5$ . Seoksista on muodostettava uusi seos, joka sisältää metallit suhteessa  $3 : 4$ . Montako  $\%$  kumpaakin annettua seosta sisältää muodostettava seos?
3. Määrää  $p$  ja  $q$  siten, että yhtälön  $x^2 + px + q = 0$  juuret ovat kaksi kertaa suuremmat kuin yhtälön  $x^2 + px + q + 3 = 0$  juuret.
4. Laske janan pituus, jonka parabeli  $y = x^2$  leikkaa suorasta  $y = 2x + 1$ . Tarkasta tulos graafisesti.
5. Minkä ehdon vallitessa kaksi kolmiota on yhteneväistä, kun toisen kolmion kaksi sivua ja toisen sivun vastainen kulma ovat yhtä suuret kuin toisen kolmion vastinosat. Todista yhteneväisyys, kun tämä ehto oletetaan täyttyksi.
6. Osoita, että suorakulmaisen kolmion suoran kulman puolittaja puolittaa hypotenuusan vastaisen keskijanan (mediaanin) ja korkeuden välisen kulman.
7. Säännöllisen kuusikulmion kärkipisteet keskipisteinä piirretään ympyrät. Todista, että kuusikulmion sisällä olevien kaarien yhteenlaskettu pituus on yhtä suuri kuin kuusikulmion ympäri piirretyn ympyrän kehän pituus.
8.  $1 \text{ dm}^2$  suuruinen neliö pohjana piirretään suora särmiö ja suora säännöllinen pyramidi, niin että niillä on sama korkeus. Laske korkeus, kun pyramidin koko pinta-ala on  $\frac{4}{7}$  särmiön koko pinta-alasta.
9. Kolmion kulma on  $120^\circ$  ja viereiset sivut 7 ja 8 cm. Laske kolmion pienin kulma.
10. Suora, tasapaksu metallisauva AB on taitettu suorakulmaisesti pisteessä C niin, että  $AC : CB = 2$ , ja pantu vapaasti riippumaan suoran kulman kärkeen C kiinnitetystä nauhasta. Minkä kulman AC muodostaa vaakasuoran kanssa?

P I T E M P I K U R S S I :

Tehtävät 1, 4, 5, 6, 8, 9 ja 10 samat kuin yllä olevat.  
Yllä olevat tehtävät 2, 3 ja 7 korvataan seuraavilla:

2. Mikä niistä suunnikkaista, jotka voidaan piirtää annetun kolmion sisään siten, että suunnikkaalla on yhteinen kulma, on alaltaan suurin?
3. Kun  $x = 40$ , polynomi  $7x^2 - 2x - 3$  saa arvon 11111. Ja'a tämä luku tekijöihin määräämällä polynomin tekijät.
7. Puoliympyrän sisään on piirretty ympyrä joka sivuaa halkaisijaa sen keskipisteessä. Puoliympyrän sisään piirretään toinen ympyrä, joka sivuaa ensinmainittua ympyrää ulkopuolisesti. Laske sen säde, kun puoliympyrän säde on  $r$ .