

1. Kahdesta positiivisesta luvusta on toinen  $p\%$  toisesta. Kuinka monta  $\%$  on lukujen keskiarvo niiden keskiarvosta? Sovella tulos, kun  $p = 64$ .
2.  $x:n$  ollessa pieni luku on osamäärä  $1:(1+x)$  likimäärin yhtä suuri kuin  $1-x$ . Laske näiden lausekkeiden eroitus, kun a)  $x=0,01$  ja b)  $x=0,001$ . Piirrä (käyttäen riittävän suurta yksikköä) samaan koordinaatistoon viivat  ~~$y=1$~~   $y=1:(1+x)$  ja  $y=1-x$  käyttämällä  $x:n$  arvoja  $-1/2, -1/4, 0, +1/4$  ja  $+1/2$ .
3. Neliön ABCD sivun CD jatkeella, jota rajoittaa piste C, on annettu piste P, siten että  $PC:CD=CD:PD$ . Määrää suhde  $PA:PB$ .
4. Suorat  $2x-3y=0$ ,  $2x+3y=-4$  ja  $6x+y=20$  rajoittavat kolmion. Laske x-akselin kolmiosta eroittaman osakolmion ja koko kolmion alojen suhde. Piirrä kuvio ja tarkasta tulos mittaamalla joku sivu ja vastaava korkeus mainituissa kolmioissa.
5. Todista teoreema: Jos ympyrän tangentti ja sekantti leikkaavat toisensa, niin leikkauspisteen ja sivuamispisteen välinen tangentin osa on leikkauspisteen ja kehän välisten sekantin osien keskiarvo.
6. Neliö on piirretty suorakulmaisen kolmion sisään, siten että kaksi kärkeä on hypotenuusalla ja yksi kärki kummallakin kateetilla. Osoita, että keskimäinen niistä kolmesta osasta, joihin hypotenuusa tällöin jakaantuu, on molempien muiden hypotenuusan osien keskiarvo.
7. Puoliympyrän halkaisija on jaettu kahteen osaan, ja kumpikin osa halkaisijana sekä samalle puolelle kuin annettu puoliympyrä on piirretty puoliympyrä. Jälkimäisten puoliympyröiden säteet ovat a ja b. Kolmen puoliympyränkaaren rajoittaman kuvion sisään on piirretty ympyrä. Laske tämän säde.
8. Pallon halkaisijan toisen päätepisteen kautta asetetaan taso, joka halkaisijan kanssa muodostaa kulman  $60^\circ$ . Mihin suhteeseen jakaa taso pallon pinnan (tarkka arvo ja likiarvo 3 desimaalilla)?
9. Suorakulmaisen kolmion yksi kulma on  $37^\circ 40'$ , ja kolmion sisään piirretyn ympyrän säde on 5,24 cm. Laske kolmion sivut.
10. Ilman ominaispaine on 0,00129 yhden atmosfäärin paineessa ja  $0^\circ\text{C}$  lämpötilassa. Laske sen ominaispaine, kun paine on  $1/3$  atm. ja lämpö  $200^\circ\text{C}$ .

P I T E M P I      K U R S S I .

Tehtävät 1, 4, 5, 7, 8 ja 10 samat kuin yllä olevat.

Ylläolevat tehtävät 2, 3, 6 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Päättymättömän geometrisen sarjan ensimmäinen jäsen on 1 ja suhdeluku  $-1/3$ . Laske a) koko sarjan summa S, b) sen  $n:n$  ensimmäisen jäsenen summa  $S_n$ . Mistä  $n:n$  arvosta lähtien  $S_n$  ja S eroavat toisistaan vähemmän kuin 0,01? (Tehtävä ratkaistaan taulukkoja käyttämättä.)
3. Suorakulmion ABCD sivu  $AB = 1$  ja sivu  $AD = \sqrt{2}$  (lue: neliöjuuri 2:sta). Piste P liikkuu suoralla, jonka osana sivu CD on. Mikä on tällöin suhteen  $PA:PB$  suurin arvo?
6. Vaakasuoran suorakulmion ABCD sivu  $AB = a$  ja sivu  $BC = b$ . Sivulla AD on annettu piste E ( $AE = c$ ). Sivuja BC ja CD myöten on asetettu kaksi pystysuoraa tasopeiliä. Vaakasuora valonsäde lähtee pisteestä A, heijastuu peilistä BC pisteessä X ja sen jälkeen peilistä CD. Määrää piste X siten, että säde viimeksi mainitun heijastuksen jälkeen kohtaa pisteen E.
9. Lentokone kulkee vaakasuoraan 252 km:n nopeudella tunnissa suoraan etelään. Maassa olevasta paikasta A havaitaan lentokone pohjoisessa kaksi kertaa 1 min. 12 sek:n väliajalla, ensi kerran korkeuskulmassa (=kulma tähtystyssuunnan ja vaakasuoran tason välillä)  $7^\circ 6' 24''$ , toisen kerran korkeuskulmassa  $32^\circ 0' 0''$ . Miten korkealla lentokone lensi? Laske myös sen etäisyys A:sta ensimmäisenä havaintohetkenä.

1. Viime kevään ylioppilaskokelaiden koko lukumäärästä oli 13,7 % tyttökoulujen ja 25,4 % poikakoulujen oppilaita. Yhteiskoulujen ylioppilaskokelaista oli 49,9 % tyttöjä ja 50,1 % poikia. Montako % kaikkien kokelaiden lukumäärästä oli naiskokelaiden lukumäärä?
2. Kahdesta aineesta a ja b on muodostettava seos, joka sisältää nämä aineet painosuhteessa 3:4. Seoksen muodostamiseksi on käytettävänä 10 kg seosta, joka sisältää yhtä monta paino-osaa kumpaakin ainetta, sekä 15 kg seosta, joka sisältää aineet a ja b painosuhteessa 1:2. Minkä verran on otettava kumpaakin annettua seosta, jotta saataisiin suurin mahdollinen määrä haettua seosta?
3. Määrää a siten, että yhtälön  $x^2 - 2(a+1)x + 4a = 0$  toinen juuri tulee = 2 kertaa toinen juuri.
4. Piste (6, -8) kautta kulkee suora joka positiivisten koordinaattiakselien kanssa rajoittaa kolmion, jonka ala on 2 pinta-yksikköä. Määrää suoran yhtälöpiirrä kuvio ja tarkista tulos mittamalla.
5. Suunnikkaan lävistäjän mielinvaltaisen pisteen kautta piirretään suunnikkaan sivujen suuntaiset suorat. Todista, että niistä neljästä suunnikkaasta, joihin annettu suunnikas täten jakautuu, ne kaksi, joiden lävitse lävistäjä ei kulje, ovat pinta-alaltaan yhtä suuret.
6. Suoran s ulkopuolella, eri puolilla suoraa, on annettu pisteet A ja B. Määrää suoralla s piste X siten, että s puolittaa kulman AXB.
7. Neljän ABCD sivulla BC on annettu piste E siten, että kolmion ABE piiri on  $\frac{3}{4}$  neljän piiristä. Mihin suhteeseen E jakaa sivun BC?
8. Todista, että jos suora leikkaa tason siten, että se on kohtisuorassa kahta leikkauspisteen kautta kulkevaa tason suoraa vastaan, se on kohtisuorassa kaikkia leikkauspisteen kautta kulkevia tason suoria vastaan.
9. Tasakylkisen kolmion kantakulma on  $v$ . Johda kolmion sisäänpiirretyn ympyrän ja kolmion alojen suhteen lauseke. Mikä on suhteen kolmedesimaalinen likiarvo, kun  $v = 64^{\circ}16'$ ?
10. Höyrykoneen silinterissä liikkuu mäntä höyryn työntämänä 10 cm. Kuinka suuren työn höyry tällöin suorittaa, jos sen paine koko ajan on 12 ilmakehää ja silinterin läpileikkaus on 75 cm<sup>2</sup>?

## P I T E M P I K U R S S I .

Tehtävät 1, 4, 6, 7, 8 ja 10 samat kuin yllä olevat.

Ylläolevat tehtävät 2, 3, 5 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Mistä  $n:n$  arvosta alkaen on  $n:n$  ensimmäisen positiivisen kokonaisluvun summa suurempi kuin miljoona?
3. Kolmioon ABC on piirrettävä sivun AB suuntainen suora DE siten, että kuvion pyörähtäessä suoran AB ympäri jana DE muodostaa sylinteripinnan, jolla on suurin mahdollinen pinta-ala.
5. Todista, että kolmion painopisteen (mediaanien leikkauspisteen) etäisyydet kolmion sivuista ovat kääntäen verrannolliset sivuihin.
9. Laske käyttämättä trigonometrisiä tauluja  $\cos 105^{\circ}$  (tarkka arvo ja likiarvo 4 desimaalilla). Tarkista tulos logaritmitaulujen avulla.