

1. Joukko suureita on järjestetty kahteen ryhmään, joista toinen käsittää m , toinen n suuretta. Ensimmäiseen ryhmään kuuluvien suureiden keskiarvo on a , toisen ryhmän suureiden keskiarvo on b . Todista, että kaikkien näiden suureiden keskiarvo on yhtäsuuri kuin $a:n$ ja $b:n$ keskiarvo aina ja vain silloin, kun $m = n$ tai $a = b$.
2. A ja B tekivät yhdessä työn, mistä suoritettiin työpalkkaa 474:75 mk. A oli työskennellyt 25 tuntia ja sai tuntipalkkana 75 p. enemmän kuin B, joka oli työskennellyt 30 tuntia, mutta niistä oli 4 tuntia ylityötä, josta suoritettiin 50 % suurempi palkka. Kuinka summa oli jaettava?
3. Todista, että

$$\frac{m}{a^n} \cdot \frac{p}{a^q} = \frac{m}{a^n} + \frac{p}{a^q},$$
 kun a on positiivinen luku ja m, n, p ja q ovat positiivisia kokonaislukuja.
4. Laske paraabelien $y = x^2 - 2x + 3$ ja $y = 4 - x - x^2$ yhteisen janteen pituus. Piirrä kuvio.
5. Todista, että jokaisessa kolmiossa, joka ei ole tasasivuinen, ainakin yksi kulma on suurempi kuin 60° .
6. Ympyrän $O:n$ sisällä olevasta pisteestä P piirretään jänne ja tämän päätepisteisiin ympyrän sivuajat. Sivuaajien leikkauspisteestä A piirretään normaali AQ ja $OP:n$ jatkeelle. Todista, että ympyrän säde on $OP:n$ ja $OQ:n$ keskiuerto.
7. ABC-kolmion AB-sivu jaetaan D-pisteessä niin, että $AD:DB = 1:2$, BC-sivu jaetaan E-pisteessä niin, että $BE:EC = 1:3$ sekä CA-sivu F-pisteessä niin, että $CF:FA = 1:4$. DEF-kolmio piirretään. Kuinka suuri osa tämä on ABC-kolmiosta?
8. Tasakylkisen kolmion kanta (asema) on b ja korkeus h . Korkeusjanaa jatketaan $a:n$ verran yli kärjen ja näin saatuun pisteeseen piirretään kolmion kannan suuntainen suora L . Laske sen renkaanmuotoisen kappaleen tilavuus, joka syntyy kolmion pyörähtäessä $L:n$ ympäri ja osoita, että se on yhtä suuri kuin kolmion pinta-ala kerrottuna sen painopisteen pyörähdyksessä piirtämän ympyrän kehän pituudella.
9. Tasakylkisen kolmion kantaa (asemaa) vastaan piirretty korkeusjana on 4 cm ja kylkeä vastaan piirretty korkeusjana 3 cm. Laske kolmion sivut ja kulmat.
10. Ilmalaiva kulkee tyynessä ilmassa 100 km:n matkan A:sta B:hen 1t.20 min:ssa. Kuinka kauan kestää sama matka, jos tuuli on sivuvastainen, sen suunnan ja AB:n välinen kulma 30° ja tuulen nopeus 10 m/sek?

P I T E M P I K U R S S I .

Tehtävät 1, 3, 4, 6, 7, 8 ja 10 samat kuin yllä olevat.

Yllä olevat tehtävät 2, 5 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Nelikulmion ABCD kulmat A, B, C ja D muodostavat aritmeettisen sarjan. Minkä laatuinen on tämä nelikulmio? Laske sen kulmat siinä tapauksessa, että lisäksi A, B ja D muodostavat geometrisen sarjan.
5. Edellyttämällä, että kaikista samaan ympyrään piirretyistä keskenään erimuotoisista kolmioista ~~XX~~ yksi on suurin, on todistettava sitovasti, että tämä kolmio on tasasivuinen.
9. Suunnikkaan sivujen pituudet suhtautuvat kuten 1 : 3 ja lävistäjien pituudet kuten 2 : 3. Laske suunnikkaan kulmat.

1. Kahdesta positiiviluvusta on toinen $p\%$ toisesta. Kuinka monta $\%$ suurempi on lukujen summan neliö niiden neliöiden summaa?
2. Kylpyamme täytettiin vedellä 4 minuutissa tiettyyn korkeuteen lämminvesihanalla ollessa yksin täysin avoinna ja antaessa kylpyyn sopivaa 37-asteista vettä. Toisella kertaa amme täytettiin samaan korkeuteen ja yhtä lämpöisellä vedellä $1\frac{3}{4}$ minuutissa lämminvesihanalla ollessa silloinkin täysin avoinna ja kylmävesihanalla, joka antaa 16-asteista vettä, ollessa samalla auki. Kuinka lämmintä oli lämminvesijohdon vesi jälkimäisessä tapauksessa?
3. Ja' a trinomi $x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{2}$ ensimmäisen asteen tekijöihin.
4. Pisteiden $(x=2, y=\frac{1}{2})$ kautta piirretään suora L suoran $2x+3y+3=0$ suuntaiseksi. Laske x-akselin, y-akselin ja L-suoran rajoittaman kolmion pinta-ala. Piirrä kuvio.
5. Todista, että jos kolmion suurinta sivua vastaan piirretty korkeusjana on sivujen neljäs verty, kolmio on suorakulmainen.
6. Ja' a annettu jana jatkuvaan suhteeseen.
7. Ympyrään, jonka säde on 3 cm, piirretään kaksi ympyrää 1 cm:n säteellä niin, että ne sivuavat toisiaan ulkopuolisesti ja ensinmainittua ympyrää sisäpuolisesti. Laske sivuamispisteiden välissä olevien pienempien kaarien rajoittaman kuvion pinta-ala mm^2 :n tarkkuudella.
8. AB, AC ja AD ovat kuution särmiä ja AE sen lävistäjä. Mihin suhteeseen taso BCD jakaa lävistäjän AE?
9. Suoran katkaistun kartion akselileikkaus on puolisuunnikas, jossa yksi kulma on $73^\circ 18'$ ja yhdensuuntaiset sivut 2,86 ja 3,54 dm. Laske sen tilavuus.
10. Lämpötilan ollessa $+20^\circ\text{C}$ elohopeabarometri näytti ilmapaineen olevan 760 mm. Mitä se olisi näyttänyt saman ilmapaineen vallitessa, jos lämpötila olisi ollut 0° ? (Elohopean tilavuuslaajenemiskerroin on 0.00018 ja asteikon pituudenlaajenemiskerroin 0.000019.)

PITEMPI KURSSI

Tehtävät 1, 4, 6, 8 ja 10 samat kuin yllä olevat.

Yllä olevat tehtävät 2, 3, 5, 7 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Henkilö päättää tallettaa pankkiin saman summan joka vuosi jouluk. 31 p., ensimmäisen kerran 1937 ja viimeisen kerran 1966, voidakseen sen jälkeen nostaa jokaisena seuraavana vuonna jouluk. 31 p., ensimmäisen kerran 1967 ja viimeisen kerran 1976, 10.000 markkaa, niin että talletetusta pääomasta ei viimeisen otton jälkeen ole mitään jällellä. Kuinka suuret täytyy vuosittaisten panojen olla, jos korkoa luetaan 5% ja se lisätään pääomaan joka vuoden lopussa?
3. Luvun logaritmi siinä järjestelmässä, jonka kantaluku on 3, on yhtä ykköistä pienempi kuin järjestelmässä, jonka kantaluku on 2. Mikä se luku on?
5. Suora viiva leikkaa ABC-kolmion AB-sivun pisteessä D, BC-sivun pisteessä E sekä AC-sivun jatkeen pisteessä F. Todista, että $AD \cdot BE \cdot CF = BD \cdot CE \cdot AF$.
7. Kolmion kahden sivun lukuarvot ovat a ja b ja niiden välinen kulma 120° . Sano- tut sivut jänteinä piirretään kolmion puolelle 120° -asteiset ympyränkaaret sekä kolmannelle sivulle jänteenä niinkään 120° -asteinen kaari niin, että kolmio ja kaari joutuvat eri puolille jännettä. Laske mainittujen kaarien rajoittaman kuvion pinta-ala.
9. Kolmion kahden sivun suhde on 5:4 ja sivuja vastassa olevista kulmista on toinen 10° toista suurempi. Laske mainitut kulmat.