

1. Vuonna 1900 oli Suomen väestön tiheys (asukasluku km^2 :ä kohti) 76,6 % väestön tiheydestä v. 1930. Maan pinta-ala v. 1930 oli 2,9 % suurempi kuin v. 1900. Kuinka monella %:lla oli Suomen väkiluku kasvanut mainittuna aikana?
2. Kahden nesteen sekoitus, joiden ominaispainot suhtautuvat toisiinsa kuten 4 : 3, sisältää 40 painoprosenttia edellistä nestettä. Hae vastaava tilavuusprosentti.
3. Mikä arvo on p :lle annettava, jotta yhtälöillä

$$x + y = p, \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1 + \frac{p}{a}, \quad \frac{x}{b} - \frac{y}{a} = 1 - \frac{p}{b}$$

olisi yhteinen juuripari? Määrää tämä juuripari.

4. Pisteiden ($x = 0, y = -3$) kautta piirretään suoran $y = 2x + 1$ suuntainen suora. Laske sen janan pituus, minkä mainitut yhdensuuntaiset leikkaavat suorasta $x + y + 1 = 0$ ja tarkasta tulos mittaamalla.
5. Muunna annettu nelikulmio neliöksi.
6. Kahden janan summa hypotenuusana ja niiden eroitus kateettina piirretään suorakulmainen kolmio. Todista, että toisen kateetin puolisko on janojen keskiverto. Piirrä tämän nojalla kahden janan keskiverto.
7. Tasasivuisella kolmiolla ja alaltaan yhtäsuurella ympyrällä on yhteinen keskipiste. Kuinka suuri osa kolmion sivusta jää ympyrän sisäpuolelle? (Tarkka arvo ja likiarvo sadasosan tarkkuudella.)
8. Ja' a annettu kolmisivuinen särmiö kahteen yhtäsuureen osaan tasolla, joka kulkee pohjan jonkin särmän kautta.
9. Ympyrän tangenttikulman kylkien pituus on 13,3 cm (laskettuna kärjestä sivuamispisteeseen) ja kärjen lyhyin etäisyys ympyrän kehästä on 9,5 cm. Määrää tangenttikulman suuruus.
10. Erään kaasumäärän lämpötila on $+19^{\circ}\text{C}$. Mikä on sen lämpötila, kun sen paine vähenee $1/10$:lla (kymmenesosalla) sen alkuperäisestä paineesta ja sen tilavuus yhtäaikaa suurenee $1/12$:lla sen alkuperäisestä tilavuudesta?

P I T E M P I K U R S S I .

Tehtävät 1, 4, 5, 7, 8 ja 10 samat kuin yllä olevat.
Ylläolevat tehtävät 2, 3, 6 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. r -säteiseen ympyrään O piirretään kaksi sädettä, jotka keskenään muodostavat terävän kulman v . Toisen säteen OA päätepiste A projisioidaan toiselle säteelle pisteeseen B . Pisteiden B projektio kolmannella säteellä, joka OB :n kanssa muodostaa saman kulman v , on C . Piste C projisioidaan vuorostaan pisteeseen D , joka sijaitsee neljännellä, OC :n kanssa kulman v muodostavalla säteellä. Tätä menettelyä ajatellaan edelleen jatkettavan rajattomasti. Laske murtoviivan $ABCD\dots$ pituus. Mikä arvo on annettava v :lle, jotta mainittu pituus olisi sama kuin ympyrän kehän pituus?
3. Määrää a siten, että yhtälön $ax^2 + a^2x + 1 = 0$ juurien ja niiden käänteisarvojen summa saa suurimman mahdollisen arvonsa. Sijoita sen jälkeen saatu a :n arvo yhtälöön, ratkaise yhtälö ja laske k.o. maksimisumma käyttämällä juurien arvoja.
6. Teräväkulmaisen kolmion korkeusjanojen kantapisteiden kautta on piirretty ympyrä. Todista, että ympyrän kehä puolittaa korkeusjanojen leikkauspisteiden ja kolmion kärkipisteiden rajoittamat janat.
9. Suorakulmaisen kolmion yksi kulma on 30° . Sen hypotenuusa jaetaan kolmeen yhtä suureen osaan ja jakopisteet yhdistetään suoran kulman kärkeen. Laske suoran kulman osien suuruudet.

1. Tehdas valmistaa selluloosaa, jonka vesipitoisuus on 6,7 %. Ulkomaille myytäessä lasketaan selluloosan hinta kuitenkin arvioimalla vesipitoisuus 10 %:ksi. Kuinka monta % vähemmän maksua tehdas tällöin saa tuottamastaan kuivasta selluloosasta, kuin mitä sen tulisi saada otettaessa huomioon todellinen vesipitoisuus?
2. Kaksi autoa lähtee klo 10 eräästä paikasta samaa tietä pitkin. Nopeampi auto kulkee 80 km tunnissa, mutta klo 11,20 sattuneen moottorivian vuoksi sen nopeus alenee 50 km:iin tunnissa. Klo 12,05 sen saavuttaa toinen auto, joka on koko ajan kulkenut tasaisella nopeudella. Laske autojen suurin keskinäinen etäisyys kuluneena aikana.
3. Johda yhtälön $x^2 + px + q = 0$ juurien lausekkeet. Osoita sijoittamalla nämä yhtälöön, että ne toteuttavat yhtälön.
4. Todista laskennallisesti, että suoralla $4x - 3y + 5 = 0$ ja ympyrällä $x^2 + y^2 = 1$ on vain yksi yhteinen piste. Määrää tämä piste ja tarkista tulos piirtämällä.
5. Viisikulmion ABCDE muodostavat suorakulmio ABCE ja tasakylkinen kolmio CDE, jonka korkeus on $\frac{3}{8}$ (kolme kahdeksannesta) sen kannasta CE. Määrää viisikulmion sivut, kun sen piiri on 15 dm ja sen ala 15 dm^2 .
6. Kolmion kulmien A, B ja C puolittajat leikkaavat vastakkaiset sivut pisteissä D, E ja F. Todista, että tulo AF·BD·CE on yhtä suuri kuin tulo AE·BF·CD.
7. Todista että jos suora leikkaa tason vinosti, on sen kaltevuuskulma pienin niistä kulmista, mitkä se muodostaa tason suorien kanssa.
8. Säännöllisen tetraedrin ABCD sivusärmä on annettu. Piirrä tasoon jana, joka on yhtä pitkä kuin tetraedrin särmien AB ja CD keskipisteiden yhdistysjana.
9. Ympyränsegmentin kaari on $47,2^\circ$. Kuinka suuri osa on sen ala koko ympyrän alasta?
10. Mikä on perusäänen (perussävelen) värähdysluku avonaisessa äänitorvessa, jonka pituus on 75 cm? Äänen etenemisnopeudeksi ilmassa oletetaan 340 m/sek.

P I T E M P I K U R S S I .

=====

Tehtävät 1, 3, 4, 6, 8 ja 10 samat kuin yllä olevat.
Yllä olevat tehtävät 2, 5, 7 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Säännölliseen kuusikulmioon piirretään toinen säännöllinen kuusikulmio, jonka kärkipisteet sijaitsevat edellisen sivujen keskipisteissä. Jälkimäisen kuusikulmion sisään piirretään vastaavalla tavalla kolmas säännöllinen kuusikulmio, ja näin jatketaan edelleen. Kuinka monta kertaa tämä konstruktio on uudistettava, jotta saataisiin kuusikulmio, jonka piirin pituus on vähemmän kuin 1 % alkuperäisen kuusikulmion piirin pituudesta?
5. Ikkuna on viisikulmio ABCDE, jossa kulmat A, B ja D ovat suoraa ja $AE = BC$ sekä $CD = ED$. Sen piiri on 7 m ja sen muoto on valittu niin, että sen ala on mahdollisimman suuri. Määrää viisikulmion sivut (tarkka arvo ja likiarvo 1 cm:n tarkkuudella).
7. On annettu suora L ja eri puolilla sitä pisteet A ja B. A:n kautta piirretään suora M L:n suuntaiseksi. Piirrä B:n kautta suora, joka leikkaa suorat L ja M pisteissä X ja Y siten, että $AX = AY$.
9. Jos maapallon läntinen (tai itäinen) puolisko projisioidaan niitä rajoittavan meridianin tasolle, tulee pohjoisen kylmän vyöhykkeen toista puoliskoa vastaamaan eräs ympyränsegmentti. Laske, a) kuinka monta % pohjoisen kylmän vyöhykkeen ala on maapallon koko alasta sekä b) kuinka monta % projisioimalla saadun ympyränsegmentin ala on koko ympyrän alasta. Napapiirin leveysaste on $66^\circ 23'$.