

1. Osoita, että $a^3 - a$ aina on tasan jaollinen 24:llä, jos a on pariton luku.
2. Vaakasuoralla suoralla oleva jana AC (C on A :n oikealla puolella) jakaantuu B -pisteessä jatkuvaan suhteeseen siten, että AB on suurempi osa. B :stä lähtien asetetaan oikealle $BD = AB$, C :stä oikealle $CE = BC$, D :stä oikealle $DF = CD$ j.n.e. rajattomasti. Pisteet C, D, E, F, \dots lähenevät rajapistettä P . Todista, että jana BP on $= AC$.
3. Muodosta ja ratkaise toisen asteen yhtälö, jonka juurina ovat yhtälön $x^2 - 4x + 2 = 0$ juurien kuutiot.
4. Laske trigonometrinen taulujen avulla suorien $x - y = 0$ ja $x + 2y = 4$ väliset kulmat. Piirrä kuvio.
5. Ympyrän halkaisijan AB :n toisen päätepisteen A :n kautta piirretään tangentti ja B :n kautta jänne BC , jonka jatke leikkaa tangentin pisteessä D . Todista, että C :n kautta piirretty ympyrän tangentti puolittaa janan AD .
6. Suorakulmioon piirretään, sen lyhemmät sivut halkaisijoina, kaksi puoliympyränkaarta. Pitempien sivujen ja puoliympyränkaarien rajoittaman kuvion piirin pituus on annettu. Kuinka suuri osa tästä pituudesta on puoliympyränkaarien yhteenlaskettu pituus, jos kuvio valitaan siten, että sen ala on mahdollisimman suuri?
7. Todista, että suora, joka on kohtisuorassa toista vastaan kahdesta yhdensuuntaisesta tasosta, on kohtisuorassa toistakin tasoa vastaan.
8. Puoliympyränkaaren piste yhdistetään sen halkaisijan päätepisteisiin, ja molemmat näin syntyneet ympyränsegmentit pyörähtävät halkaisijan ympäri. Osoita, että siten saatujen pyörähdyskappaleiden tilavuuksien suhde on sama kuin vastaavien segmenttien kaarien muodostamien pallokalottien alojen suhteen neliö.
9. Kahden merimerkin A :n ja B :n välimatkan määrittämiseksi mitataan rannalla vaakasuora jana $CD = a$, joka on valittu niin, että merkki B , C :stä katsottuna, peittää merkin A , ja mitataan kulmat $BCD = u$, $CDB = v$ ja $CDA = w$. Johda kaava janan AB laskemista varten ja suorita lasku, kun $a = 63$ m, $u = 54^{\circ}7'20''$, $v = 41^{\circ}30'30''$ ja $w = 103^{\circ}41'50''$.
10. Kuperan linssin A polttoväli on 4 cm. Linssin edessä 5 cm:n etäisyydellä siitä on pieni esine ja linssin takana 24 cm:n etäisyydellä toinen kupera linssi B , jonka polttoväli on 6 cm. Kuinka etäällä B :stä muodostuu sen esineestä antama kuva?

YLIOPPILASTUTKINTO KEVÄÄLLÄ 1935.

LYHEMPI KURSSI.

1. Kahden kokonaisluvun tulo on 1935 ja niiden pienin yhteinen jaettava 645. Määrää luvut. (Huomaa: Kaksi ratkaisua.)
2. Sekoittamalla kahta ruisnäytettä, joiden itävyysprosentit ovat a ja b , saadaan sekoitus, jonka itävyysprosentti on c . Kuinka monta % kummankin näytteen jyviä sekoitus sisältää?
3. Muodosta ja ratkaise toisen asteen yhtälö, jonka juurina ovat yhtälön $x^2 - 4x + 2 = 0$ juurien kuutiot.
4. Laske trigonometrinen taulujen avulla suorien $x - y = 0$ ja $x + 2y = 4$ väliset kulmat. Piirrä kuvio.
5. Ympyrän halkaisijan AB :n toisen päätepisteen A :n kautta piirretään tangentti ja B :n kautta jänne BC , jonka jatke leikkaa tangentin pisteessä D . Todista, että C :n kautta piirretty ympyrän tangentti puolittaa janan AD .
6. Kolmion piiri on 28 m, yksi kulma 120° ja toinen viereisistä sivuista 8 m. Laske muut sivut.
7. Todista, että suora, joka on kohtisuorassa toista vastaan kahdesta yhdensuuntaisesta tasosta, on kohtisuorassa toistakin tasoa vastaan.
8. Puoliympyränkaaren piste yhdistetään sen halkaisijan päätepisteisiin, ja molemmat näin syntyneet ympyränsegmentit pyörähtävät halkaisijan ympäri. Osoita, että siten saatujen pyörähdyskappaleiden tilavuuksien suhde on sama kuin vastaavien segmenttien kaarien muodostamien pallokalottien alojen suhteen neliö.
9. Määrää Khufun pyramiidin kahden sivutahon välinen kulma. Pyramiidin korkeus on 140 m ja sen pohjaneliön sivu on 230 m.
10. Kuperan linssin A polttoväli on 4 cm. Linssin edessä 5 cm:n etäisyydellä siitä on pieni esine ja linssin takana 24 cm:n etäisyydellä toinen kupera linssi B , jonka polttoväli on 6 cm. Kuinka etäällä B :stä muodostuu sen esineestä antama kuva?

YLIOPIILASTUTKINTO SYKSYLLÄ 1935.

LYHEMPI KURSSI.

1. Kahdesta luvusta on toinen $p\%$ suurempi toista. Kuinka monia $\%$ on edellisen luvun neliö jälkimmäisen neliötä suurempi?
2. Rautatien rakentamista varten oli A luovuttanut $3\frac{1}{4}$ ha ja B $2\frac{1}{2}$ ha maata. A sai korvauksena 5590 mk. Kuinka paljon saa B, kun 4 ha hänen maataan arvosteltiin samanarvoiseksi kuin $3\frac{1}{2}$ ha A:n maata?
3. Laske ilman tauluja luku, jonka logaritmi on $-\frac{2}{3}$ (lue: miinus kaksi kolmanesta) siinä järjestelmässä, jonka kantaluku on 8.
4. Selitä, miten yhtälö $2x^2 - 3x - 1 = 0$ voidaan graafisesti ratkaista parabelin $y = x^2$ ja suoran viivan $3x + 2y + 1 = 0$ avulla. Ratkaise tehtävä graafisesti ja tarkasta tulos ratkaisemalla yhtälö algebrallisesti.
5. Todista, että kolmion keskijanat (medianit) jakavat toisensa suhteeseen 1 : 2.
6. Ympyrän janteen keskipisteen kautta on piirrettävä toinen jänne, jonka annettu jänne jakaa kahteen osaan, joiden erotus on = annettu jana a.
7. Kaksi yhteneväistä neljäkstä (vinoneliötä), joiden lävistäjät ovat 2 ja 4 cm, on asetettu niin, että kummankin lyhempi lävistäjä joutuu toisen pitempää lävistäjää pitkin. Laske ilman tauluja sen kahdeksankulmion piiri ja ala, joka on neljäkkäiden yhteisenä osana.
8. Suoraan kartioon, jonka korkeus on = sen pohjan säde, on piirretty pallo. Laske kartion vaipan alan ja pallopinnan alan suhde.
9. Kolmion kaksi sivua on 8 ja 9 cm ja niiden välinen kulma 135° . Määrää kolmion muut kulmat.
10. 50 gramman painoinen kappale heitetään pystysuoraan alaspäin 4 m/sek alkunopeudella. Kuinka pitkän matkan kappale putoo 3 sekunnissa, jos ilman vastus koko liikkeen aikana oletetaan 4 gramman suuruisiksi?

P I T E M P I K U R S S I .

Tehtävät 1, 4, 5, 7 ja 10 samat kuin yllä olevat.

~~Yllä~~ olevat tehtävät 2, 3, 6, 8 ja 9 korvataan seuraavilla:

2. Aritmeettisen sarjan summa on m^2 , sen ensimmäinen jäsen on 1 ja viimeinen jäsen $2m - 1$. Määrää sarjan viisi ensimmäistä jäsentä.
3. Ratkaise yhtälö $2 \log x = 1 + \log(x + 1)$. (Logaritmit ovat Briggsin.)
6. Ympyrän sisällä olevan annetun pisteen kautta on piirrettävä jänne, jonka piste jakaa kahteen osaan, joiden erotus on = annettu jana. Ratkaisun tarkastelu.
8. Laske säännöllisen tetraedrin sisään piirretyn pallon ala. Tetraedrin särmän pituus on a.
9. Ympyrän sisään on piirretty nelikulmio, jonka perättäiset sivut suhtautuvat toisiinsa kuin 2:3:4:5. Laske nelikulmion kulmat.