

1. Kauppias myy erästä jauhelajia kuutionmuotoisissa pahvirasioissa, joiden särmä on 1 dm, 2 mk:n hinnasta kappaleelta. Hän tahtoo laskea kauppaan samaa jauhetta suuremmissa samanmuotoisissa rasioissa, jotka maksavat 10 mk, mutta haluaa hintaan sisällyttää 10 %:n alennuksen edellisestä myyntihinnasta. Laske 1 mm:n tarkkuudella suurempien rasioiden särmän pituus. (Pahvin hintaa ei oteta huomioon.)
2. Piste P liikkuu vakinaisella nopeudella pitkin x-akselia origoa kohti, kunnes se saapuu pisteeseen Q, josta se nopeudella, joka on puolet edellisestä, jatkaa matkaansa y-akselilla olevaa annettua pistettä R kohti. Missä kohdassa tulee pisteen Q sijaita, jotta piste P mahdollisimman pian saapuisi pisteeseen R? Piirrä kuvio ja merkitse pisteen Q oikea paikka.
3. Määrää luku m siten, että yhtälön $4x^2 + 4mx + 5(m+1) = 0$ juurien erotus on $= 1$.
4. Kahden pisteen koordinaatit ovat (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) . Todista, että pisteiden välisen etäisyyden neliö on $= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$. Määrää tämän perusteella sen pisteen koordinaatit, joka on yhtä kaukana pisteistä (1, 4), (2, 1) ja (4, 2). Tarkasta tulos mittaamalla.
5. x-akselin pisteiden $P_0(x=0)$, $P_1(x=1)$, $P_2(x=2)$, kautta on piirretty käyrä $y = (\frac{2}{3})^x$ ordinaatat P_0Q_0 , P_1Q_1 , P_2Q_2 j.n.e. P_0P_1 ja P_0Q_0 viereisinä sivuina on piirretty suorakulmio R_0 , P_1P_2 ja P_1Q_1 sivuina suorakulmio R_1 , P_2P_3 ja P_2Q_2 sivuina suorakulmio R_2 , ja vastaavalla tavalla suorakulmiot R_3 , R_4 , Laske kaikkien, luvultaan äärettömän monien suorakulmioiden R_0 , R_1 , R_2 , pinta-alojen summa. Piirrä kuvio.
6. Piirrä annetun ympyrän sisään annetun kolmion muotoinen kolmio.
7. Jos suora leikkaa tasoa ja on kohtisuorassa kahta leikkauspisteen kautta kulkevaa tason suoraa vastaan, on se kohtisuorassa kaikkia leikkauspisteen kautta kulkevia tason suoria vastaan. Todista tämä.
8. Nelitahokkaan (tetraedrin) jokainen soppi leikataan tasolla, joka puolittaa sopen kärjessä yhtyvät särmät. Nämä neljä leikkaustasoa ja nelitahokkaan sivutahot rajoittavat monitahokkaan. Kuinka suuri osa on tämän monitahokkaan koko pinta-ala ja tilavuus annetun nelitahokkaan pinta-alasta ja tilavuudesta?
9. Kolmiossa ABC on $AB=5$ cm, $BC=10$ cm ja B-kulman puolittaja 6 cm. Laske kulma A.
10. 100 kg painavan kappaleen painopisteeseen vaikuttaa vinoon ylöspäin suunnattu voima, joka pitää kappaleen tasaisessa liikkeessä vaakasuoraa alustaa pitkin. Voiman ja alustan välinen kulma on 30° ja kappaleen ja alustan välinen kitkakerroin 0,2. Kuinka suuri on voima?

1. Kauppias myy erästä jauhelajia kuutionmuotoisissa pahvirasioissa, joiden särmä on 1 dm, 2 mk:n hinnasta kappaleelta. Hän tahtoo laskea kauppaan samaa jauhetta suuremmissa samanmuotoisissa rasioissa, jotka maksavat 10 mk, mutta haluaa hintaan sisällyttää 10 %:n alennuksen edellisestä myyntihinnasta. Laske 1 mm:n tarkkuudella suurempien rasioiden särmän pituus. (Pahvin hintaa ei oteta huomioon.)
2. Piste P liikkuu vakinaisella nopeudella pitkin x-akselia origoa kohti, kunnes se saapuu pisteeseen Q, josta se nopeudella, joka on puolet edellisestä, jatkaa matkaansa y-akselilla olevaa annettua pistettä R kohti. Missä kohdassa tulee pisteen Q sijaita, jotta piste P mahdollisimman pian saapuisi pisteeseen R? Piirrä kuvio ja merkitse pisteen Q oikea paikka.
3. Määrää luku m siten, että yhtälön $4x^2 + 4mx + 5(m+1) = 0$ juurien erotus on $= 1$.
4. Kahden pisteen koordinaatit ovat (x_1, y_1) ja (x_2, y_2) . Todista, että pisteiden välisen etäisyyden neliö on $= (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$. Määrää tämän perusteella sen pisteen koordinaatit, joka on yhtä kaukana pisteistä $(1, 4)$, $(2, 1)$ ja $(4, 2)$. Tarkasta tulos mittaamalla.
5. x-akselin pisteiden $P_0(x=0)$, $P_1(x=1)$, $P_2(x=2)$, kautta on piirretty käyrä $y = (\frac{3}{4})^x$ ordinaatat P_0Q_0 , P_1Q_1 , P_2Q_2 j.n.e. P_0P_1 ja P_0Q_0 viereisinä sivuina on piirretty suorakulmio R_0 , P_1P_2 ja P_1Q_1 sivuina suorakulmio R_1 , P_2P_3 ja P_2Q_2 sivuina suorakulmio R_2 , ja vastaavalla tavalla suorakulmiot R_3 , R_4 , Laske kaikkien, luvultaan äärettömän monien suorakulmioiden R_0 , R_1 , R_2 , pinta-alojen summa. Piirrä kuvio.
6. Piirrä annetun ympyrän sisään annetun kolmion muotoinen kolmio.
7. Jos suora leikkaa tasoa ja on kohtisuorassa kahta leikkauspisteen kautta kulkevaa tason suoraa vastaan, on se kohtisuorassa kaikkia leikkauspisteen kautta kulkevia tason suoria vastaan. Todista tämä.
8. Nelitahokkaan (tetraedrin) jokainen soppi leikataan tasolla, joka puolittaa sopen kärkeissä yhtyvät särmät. Nämä neljä leikkaustasoa ja nelitahokkaan sivutahot rajoittavat monitahokkaan. Kuinka suuri osa on tämän monitahokkaan koko pinta-ala ja tilavuus annetun nelitahokkaan pinta-alasta ja tilavuudesta?
9. Kolmiossa ABC on $AB=5$ cm, $BC=10$ cm ja B-kulman puolittaja 6 cm. Laske kulma A.
10. 100 kg painavan kappaleen painopisteeseen vaikuttaa vinoon ylöspäin suunnattu voima, joka pitää kappaleen tasaisessa liikkeessä vaakasuoraa alustaa pitkin. Voiman ja alustan välinen kulma on 30° ja kappaleen ja alustan välinen kitkakerroin 0,2. Kuinka suuri on voima?

YLIOPPILASTUTKINTO SYKSYLLÄ 1934.

PITEMPI KURSSI.

1. Valtion tulo- ja menoarviossa vuodeksi 1934 ovat tulot 5,5 % suuremmat kuin edellisenä vuonna. Lisäys on 135 % samanaikaisesta menojen lisäyksestä. Kuinka monella prosentilla ovat menot lisääntyneet, kun ne v. 1933 olivat 1 % pienemmät kuin tulot?
2. Todista, että kaikki suorakulmaiset kolmiot, joiden sivut muodostavat aritmeettisen sarjan, ovat keskenään yhdenmuotoiset. Mikä on sivujen suhde?
3. Määää x siten, että funktioiden $3x+1$ ja x^2-2x eroitus saavuttaa suurimman arvonsa. Tarkasta tulos graafisesti piirtämällä annettujen funktioiden kuvaajat.
4. Piirrä tarkasti käyrä $y = x^3$ ja määää sen avulla likiarvo kuutiojuurelle 6:sta.
5. Kahdelle täydellisesti toistensa ulkopuolella sijaitsevalle ympyrälle on piirretty ympyröiden välissä kulkevista yhteisistä tangenteista toinen t sekä molemmat muut yhteiset tangentit u ja v . Tangentti t sivuaa ympyröitä pisteissä A ja B ja leikkaa u :n pisteessä C ja v :n pisteessä D . Todista, että $AC = BD$.
6. Ympyrän sisään ja ympäri on piirretty säännölliset kymmenkulmiot. Määää niiden alojen suhde sekä suhteen likiarvo kolmen desimaalin tarkkuudella.
7. Todista, että jos pyramiidin leikkaa pohjan suuntainen taso, niin leikkauskuvio ja pohja ovat yhdenmuotoiset ja niiden alojen suhde yhtä suuri kuin pienemmän pyramiidin ja koko pyramiidin korkeuksien suhteen neliö.
8. A ja B merkitkööt niiden kappaleiden tilavuuksia, jotka muodostuvat, kun tasakylkinen kolmio, jonka sivut ~~*****~~ ovat a , a ja b , pyörähtää ensin a -sivun, sitten b -sivun ympäri. Osoita, että $A : B = b : a$.
9. 60° kulma on jaettu kahteen osaan, joiden sinien suhde on 2. Laske osien suuruus.
10. Sähköllä lämmitettävä keittoastia varustettiin kuparijohdolla, jonka läpileikkaus oli $0,03 \text{ mm}^2$. Kuinka pitkä oli tämä johtolanka tehtävä, jotta yhdistettäessä 120 voltin johtoverkkoon saataisiin astiassa 1 litra 20° vettä 15 minuutissa kiehumaan? (1 m pituisen ja läpileikkaukseltaan 1 mm^2 paksuisen kupariangan vastus on $0,017$ ohmia. Lämmönhäviö astiasta ympäristöön jätetään huomioon ottamatta.)

YLIOPIILASTUTKINTO SYKSYLLÄ 1934.

LYHEMPI KURSSI.

1. Valtion tulo- ja menoarviossa vuodeksi 1934 ovat tulot 5,5 % suuremmat kuin edellisenä vuonna. Lisäys on 135 % samanaikaisesta menojen lisäyksestä. Kuinka monella prosentilla ovat menot lisääntyneet, kun ne v. 1933 olivat 1 % pienemmät kuin tulot?
2. Persian kurdit kertovat kaksi 5:n ja 10:n välissä olevaa kokonaislukua seuraavalla tavalla: Toisen käden sormista ojennetaan niin monta, että niiden lukumäärä osoittaa, monellako yksiköllä toinen tekijöistä ylittää luvun 5. Samoin menetellään toisen käden ja toisen tekijän suhteen. Ojennettujen sormien yhteenlaskettu lukumäärä kerrotaan 10:llä, ja tuloon lisätään niiden sormien lukumäärien tulo, jotka kummassakin kädessä erikseen jäivät ojentamatta. - Todista yleispätevästi (kaavan avulla) tämän menettelyn pätevyys.
3. Toisen asteen yhtälön juurien aritmeettinen keskiarvo on $6\frac{1}{2}$ ja keskiwertto (keskiproportionaali) 6. Määrää yhtälö sekä sen juuret.
4. Piirrä tarkasti käyrä $y = x^3$ ja määrää sen avulla likiarvo kuutiojuurelle 6:sta.
5. Ympyrään on piirretty halkaisija ja toisen puoliympyrän kaaren keskipisteen A:n kautta kulkeva jänne AC, joka leikkaa halkaisijan pisteessä B. Todista, että halkaisija on janojen AC ja 2.AB keskiwertto (keskiproportionaali).
6. Ympyrän sisään ja ympäri on piirretty säännölliset kymmenkulmiot. Määrää niiden alojen suhde sekä suhteen likiarvo kolmen desimaalin tarkkudella.
- ~~7. Todista, että jos pyramiidiin leikkaa pohjan suuntainen taso, niin leikkauskuvio ja pohja ovat yhdenmuotoiset ja niiden alojen suhde yhtä suuri kuin pienemmän pyramiidin ja koko pyramiidin korkeuksien suhteen neliö.~~
7. Todista, että jos pyramiidiin leikkaa pohjan suuntainen taso, niin leikkauskuvio ja pohja ovat yhdenmuotoiset ja niiden alojen suhde yhtä suuri kuin pienemmän pyramiidin ja koko pyramiidin korkeuksien suhteen neliö.
8. A ja B merkitkööt niiden kappaleiden tilavuuksia, jotka muodostuvat, kun tasakylkinen kolmio, jonka sivut ovat a, a ja b, pyörähtää ensin a-sivun, sitten b-sivun ympäri. Osoita, että $A : B = b : a$.
9. Laske sen neljäkkään (vinoneliön) piiri, jonka ala on 5 cm^2 ja yksi kulma $51^\circ 24'$.
10. Sähköllä lämmitettävä keittöastia varustettiin kuparijohdolla, jonka läpileikkaus oli $0,03 \text{ mm}^2$. Kuinka pitkä oli tämä johtolanka tehtävä, jotta yhdistettäessä 120 voltin johtoverkkoon saataisiin astiassa 1 litra 20° vettä 15 minuutissa kiehumään? (1 m pituisen ja läpileikkaukseltaan 1 mm^2 paksuisen kuparilangan vastus on $0,017 \text{ ohmia}$. Lämmönläpivä astiasta ympäristöön jätetään huomioon ottamatta.)