

1. Vuonna 1820 oli Suomen maalaisväestö 95 % maan koko väestöstä. Vuoteen 1920 oli maalaisväestö lisääntynyt 155 %:lla, ollen viimeksimäinnittuna vuonna 85 % maan koko väestöstä. Kuinka monella prosentilla oli kaupunkien väestö samana aikana kasvanut?
2. Merivedestä haihduttamalla saatu tavallinen keittosuola sisältää 96 painoprosenttia puhdasta suolaa. 41 cm^3 merivettä painaa 42 g ja sisältää 3 g puhdasta suolaa. Kuinka monta litraa merivettä on haihduttava, jotta saataisiin 1500 kg keittosuolaa?
3. Yhtälön $ax^2 + bx + c = 0$ juuret ovat x_1 ja x_2 . Todista, että sen vasen puoli voidaan saattaa muotoon $a(x - x_1)(x - x_2)$.
4. Määrää luku a niin, että suora $x - y = a$ kulkee suorien $x - 2y + 3 = 0$ ja $9x + 6y + 7 = 0$ leikkauspisteen kautta. Tarkasta tulos graafisesti.
5. Annettu jana on jaettava jatkuvaan suhteeseen.
6. Neliön kärkipisteet keskipisteinä piirretään ympyräviivat, jotka kulkevat neliön keskipisteen kautta. Todista, että ympyröiden kehien ja neliön sivujen leikkauspisteet ovat säännöllisen 8-kulmion kärkipisteinä.
7. Ympyrän sektorin piiri on 52 cm ja ala 144 cm^2 . Laske sen säde ja keskuskulma.
8. Kaksi yhdensuuntaista tasoa jakaa pallopinnan kolmeen yhtä suureen osaan. Miten suhtautuvat pallon osien tilavuudet toisiinsa?
9. Laske ympyrän sisään piirretyn säännöllisen 11-kulmion piirin ja ympyrän halkaisijan pituuksien suhde.
10. Kappale heitetään pystysuoraan ylös 30 m/sek alkunopeudella, ja 1 sek myöhemmin toinen kappale, joka sivuuttaa edellisen juuri sen saatuaessa ratansa korkeimman kohdan. Mikä on jälkimmäisen kappaleen alkunopeus? Ilman vastus jätetään huomioon ottamatta. ($g = 10 \text{ m/sek}^2$).

1. Vuonna 1820 oli Suomen maalaisväestö 95 % maan koko väestöstä. Vuoteen 1920 oli maalaisväestö lisääntynyt 155 %:lla, ollen viimeksimainittuna vuonna 85 % maan koko väestöstä. Kuinka monella prosentilla oli kaupunkien väestö samana aikana kasvanut?

2. Vuoden 1900 alussa talletettiin pankkiin 1000 mk ja jokaisen seuraavan vuoden alussa samoin 1000 mk. Minä vuonna talletukset korkoineen nousivat 100,000 mk:aan, kun 6 %:n mukaan laskettu korko kunkin vuoden lopussa lisättiin pääomaan?

3. Mitkä arvot funktio $\frac{1+x}{1+x^2}$ voi saada x :n ollessa reaalinen? Tar-

kasta tulos piirtämällä funktion graafinen kuvaaja.

4. Määrittää luku a niin, että suora $x - y = a$ kulkee suorien $x - 2y + 3 = 0$ ja $9x + 6y + 7 = 0$ leikkauspisteen kautta. Tarkasta tulos graafisesti.

5. Todista, että ympyrään piirretyn säännöllisen 10-kulmion sivu on yhtä suuri kuin jatkuvaan suhteeseen jaetun säteen suurempi osa. Piirrä senjälkeen annettuun ympyrään säännöllinen 10-kulmio.

6. Neliön kärkipisteet keskipisteinä piirretään ympyräviivat, jotka kulkevat neliön keskipisteen kautta. Todista, että ympyröiden kehien ja neliön sivujen leikkauspisteet ovat säännöllisen 8-kulmion kärkipisteinä.

7. Tetraedrin OABC kärkipisteestä O lähtevät särmät ovat kohtisuorassa toisiinsa vastaan, ja niiden pituudet ovat a , b ja c . Todista, että kolmion ABC ala on

$$\frac{1}{2} \sqrt{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}.$$

8. Kaksi yhdensuuntaista tasoa jakaa pallopinnan kolmeen yhtä suureen osaan. Miten suhtautuvat pallon osien tilavuudet toisiinsa?

9. Mitkä koverat kulmat toteuttavat yhtälön $\operatorname{tg} x = \cos x$?

10. Kappale heitetään pystysuoraan ylös 30 m/sek alkunopeudella, ja 1 sek myöhemmin toinen kappale, joka sivuuttaa edellisen juuri sen saavuttaessa ratansa korkeimman kohdan. Mikä on jälkimmäisen kappaleen alkunopeus? Ilman vastus jätetään huomioon ottamatta. ($g = 10 \text{ m/sek}^2$).

YLIOPILASTUTKINTO SYKSYLLÄ 1933.

PITEMPI KURSSI.

1. n :stä luvusta, joiden keskiarvo on M , poistetaan yksi, a , ja jäljelle jääneiden lukujen keskiarvo lasketaan. Määrää unden keskiarvon ja M :n erotus lausuttuna $M:n$, $a:n$ ja $n:n$ avulla.
2. Mikä on päättymättömän geometrisen sarjan summan kaava, kun ensimmäinen jäsen on a ja suhdeluku q ? Kirjoita jaksollinen desimaaliluku $1,8181818\dots$ päättymättömän geometrisen sarjan muotoon, ja määrää, mainitun kaavan avulla, sen arvo murtoluvun muodossa lausuttuna.
3. Osoita, että yhtälön $x^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ juuret ovat reaaliset, kun a on reaaliiluku.
4. Määrää luvut a ja b siten, että suora $y = ax + b$ kulkee pisteiden $(x = -\frac{3}{4}, y = 2)$ ja $(x = 3, y = -\frac{5}{2})$ kautta, sekä laske suoran sen osan pituus, jota rajoittavat ne pisteet, joissa se leikkaa koordinaattiakselejä. Tarkasta tulos mittaanalla.
5. Todista, että, jos nelikulmion lävistäjät leikkaavat toisensa siten, että toisen lävistäjän osien mittalukujen tulo on yhtä suuri kuin toisen osien mittalukujen tulo, nelikulmion ympäri voidaan piirtää ympyrä.
6. Piirrä ympyrä, joka sivuaa annettua suoraa sekä annettua ympyrää tämän kehällä olevassa annetussa pisteessä.
7. Todista, että tason ja sitä leikkaavan suoran kaltevuuskulma on pienin kaikista tämän suoran ja tasossa olevien suorien välisistä kulmista.
8. Puolipalloon on piirretty kuintio siten, että kuintion yksi sivutaso yhtyy puolipallon pohjan tasoon ja vastakkaisessa sivutasossa olevat kuintion kärkipisteet ovat pallon pinnalla. Kuinka monta % on kuintion tilavuus puolipallon tilavuudesta?
9. Kuinka pitkä on sellaisen säännöllisen 7-kulmion pitempi lävistäjä, jonka sivu on 6 cm?
10. Junan, joka painaa 100 tonnia, tulee 25 km:n tuntinopeudella kulkea mäkeä ylöspäin, jonka nousu on 1 m 80 m:n matkalla. Mikä on veturin teho, kun kitkakerroin junan ja raiteiden välillä on 0,004?

YLIOPIILASTUTKINTO SYKSYLLÄ 1933.

LYHENPI KURSSI.

1. n :stä luvusta, joiden keskiarvo on M , poistetaan yksi, a , ja jäljelle jääneiden lukujen keskiarvo lasketaan. Määrää uuden keskiarvon ja M :n erotus lausuttuna $M:n$, $a:n$ ja $n:n$ avulla.
2. Eräänä vuonna oli Suomen vienti 20 % pienempi kuin tuonti ja Ruotsin vienti 4 % pienempi kuin sen tuonti. Samana vuonna oli Suomen koko kaupan arvo (tuonnin ja viennin yhteenlaskettu arvo) 40 % Ruotsin koko kaupan arvosta. Kuinka monta % oli Suomen vienti Ruotsin viennistä?
3. Määrää luku a siten, että yhtälön $x^2 - 2x + a = 0$ toinen juuri on toisen juuren neliö.
4. Määrää luvut a ja b siten, että suora $y = ax + b$ kulkee pisteiden $(x = -\frac{3}{2}, y = 2)$ ja $(x = 3, y = -\frac{2}{3})$ kautta, sekä laske suoran sen osan pituus, jota rajoittavat ne pisteet, joissa se leikkaa koordinaattiakselejä. Tarkasta tuulos mittaamalla.
5. Todista, että, jos nelikulmion lävistäjät leikkaavat toisensa siten, että toisen lävistäjän osien mittalukujen tulo on yhtä suuri kuin toisen osien mittalukujen tulo, nelikulmion ympäri voidaan piirtää ympyrä.
6. Suorakulmaisen kolmion sivut ovat 3, 4 ja 5 cm. Suoran kulman kärjestä A piirretään keskijana (mediaani), kulmanpuolittaja sekä hypotenuusan vastainen korkeusjana, jotka leikkaavat hypotenuusan pisteissä B , C ja D . Laske suhteet $AB : AC : AD$.
7. Todista, että tason ja sitä leikkaavan suoran kaltevuuskulma on pienin kaikista tämän suoran ja tasossa olevien suorien välisistä kulmista.
8. Puolipalloon on piirretty kuutio siten, että kuution yksi sivutaso yhtyy puolipallon pohjan tasoon ja vastakkaisessa sivutasossa olevat kuution kärkipisteet ovat pallon pinnalla. Kuinka monta % on kuution tilavuus puolipallon tilavuudesta?
9. Laske sellaisen säännöllisen 7-kulmion piiri, jonka lyhempi lävistäjä on 6 cm.
10. Junan, joka painaa 100 tonnia, tulee 25 km:n tuntinopeudella kulkea mäkeä ylöspäin, jonka ~~tilavuus~~ nousu on 1 m 80 m:n matkalla. Mikä on veturin teho, kun kitkakerroin junan ja raiteiden välillä on 0,004?