

YLIOPIILASTUTKINTO KEVÄÄLLÄ 1931.

LYHEMPI KURSSI.

- 1 Tuontitavaran tulli korotettiin eräänä vuonna 60 %:lla. Kuinka monella prosentilla tavaran tuonti korkeintaan saa vähentyä, jotta valtion tulitulot eivät pieneneisi?
- 2 Laiva kuluttaa tavallisella matkallaan 112 tonnia hiiliä. Paljonko hiiliä kuluu matkaan, joka on $\frac{1}{4}$ pitempi, mutta joka on suoritettava samassa ajassa kuin edellämainittu, kun oletetaan, että hiilen kulutus on verrannollinen nopeuden neliöön.
- 3 Toisen asteen yhtälön juurien erotus on 1, ja niiden neliöiden erotus on 2. Mikä on yhtälö?
- 4 Määrää kertoimet a , b ja c siten, että parabeli $y=ax^2+bx+c$ kulkee pisteiden $(x=-2, y=-11)$, $(x=1, y=7)$ ja $(x=3, y=-1)$ kautta. Piirrä kuvio.
- 5 Muunna kolmio toiseksi kolmioksi, jonka yksi sivu ja viereinen kulma ovat annetut.
- 6 Teräväkulmaisen kolmion kärkipisteestä A piirretään korkeusjana AB ja sen kantapiste B yhdistetään muiden korkeusjanojen kantapisteisiin C ja D. Todista, että kulmat ABC ja ABD ovat yhtä suuret.
- 7 Kahdella ympyränkaarella, joiden keskuskulmat (sentrikulmat) ovat 90° ja 120° , on samat päätepisteet. Laske kaarien pituuksien suhde (tarkka arvo ja likiarvo kolmella desimaalilla).
- 8 Kuution kärkipisteestä piirretään kolmen sivuneliön lävistäjät. Todista, että se tetraedri, jonka sivusärminä nämä lävistäjät ovat, on saannöllinen. Laske tetraedrin ja kuution tilavuuksien suhde. Piirrä kuvio.
- 9 Ympyrään, jonka säde on 5,5 cm, on piirretty tylppäkulmainen kolmio. Laske tylpän kulman suuruus, kun tiedetään sen viereisten sivujen olevan 3,5 cm ja 4,5 cm.
- 10 Saapuessaan maaliin on pikaluistelijalla nopeus 11 m/sek. Kuinka kauan hän vielä vauhtinsa perusteella liukuu eteenpäin, kun kitkakerroin luistimien ja jään välillä on 0,05? Ilman vastus jätetään huomioon ottamatta.

YLIOPPILASTUTKINTO KEVÄÄLLÄ 1931.

PITEMPI KURSSI.

- 1 Tuontitavaran tulli korotettiin eräänä vuonna 60 %:lla. Kuinka monella prosentilla tavaran tuonti korkeintaan saa vähentyä, jotta valtion tulitulot eivät pieneneisi?
- 2 Todista yleispätevästi, että perättäisten kokonaislukujen neliöiden erotukset muodostavat aritmeettisen sarjan.

$$x^2 - 3x + 1$$

- 3 Määrää ne x :n arvot jotka tekevät murtoluvun $\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$ positiiviseksi.
- 4 Määrää kertoimet a , b ja c siten, että paraboli $y = ax^2 + bx + c$ kulkee pisteiden $(x = -2, y = -11)$, $(x = 1, y = 7)$ ja $(x = 3, y = -1)$ kautta. Piirrä kuvio.
- 5 Muunna kolmio toiseksi kolmioksi, jonka yksi sivu ja viereinen kulma ovat annetut.
- 6 Osota, että teräväkulmaisen kolmion korkeusjanat ovat kulmanpuolittajia siinä kolmiossa, jonka kärkinä ovat korkeusjanojen kantapisteet.
- 7 Kahdella ympyränkaarella, joiden keskuskulmat (sentrikulmat) ovat 90° ja 120° , on samat päätepisteet. Laske kaarien pituuksien suhde (tarkka arvo ja likiarvo kolmella desimaalilla).
- 8 Kuution kärkipisteestä piirretään kolmen sivuneliön lävistäjät. Todista, että se tetraedri, jonka sivusärminä nämä lävistäjät ovat, on saannöllinen. Laske tetraedrin ja kuution tilavuuksien suhde. Piirrä kuvio.
- 9 Laivassa havaitaan yhtäikää kaksi majakkaa A ja B, A $22^\circ 15' 45''$ ja B $71^\circ 31' 30''$ laivan kulkusuunnan oikealla puolella. Merikortin mukaan muodostaa kulkusuunta $35^\circ 16' 0''$ suuruisen kulman A:n ja B:n kautta kulkevan suoran kanssa, ja väli AB on 8,65 meripeninkulmaa. Kuinka kaukana A:sta oli laiva havaintohetkellä?
- 10 Saapuessaan maaliin on pikaluistelijalla nopeus 11 m/sek. Kuinka kauan hän vielä vauhtinsa perusteella liukuu eteenpäin, kun kitkakerroin luistimien ja jään välillä on 0,05? Ilman vastus jätetään huomioon otamatta.

- 1 Gregorianisen kalenterin mukaan on joka neljäs vuosi karkausvuosi, lukuunottamatta niitä vuosilukuja, jotka päättyvät kahteen nollaan olematta jaolliset 400:lla. Kuinka monta vuorokautta sisältää gregorianinen kalenterivuosi keskimäärin ja kuinka monella sekunnilla se keskimäärin poikkeaa vuoden todellisesta pituudesta, joka on 365,242197 vuorokautta?
- 2 Määrää kaksi kokonaislukua, joiden suhde on = 20:21 ja joiden pienin yhteinen jaettava on 5040.
- 3 Osota, että luku, joka saadaan vähentämällä kahden kuutiojuuresta tämän kuutiojuuren käänteisarvo (inverssiarvo), toteuttaa kolmannen asteen yhtälön $2x^3+6x-3=0$.
- 4 Todista, että suora $12x-4y=9$ ja paraboli $y=x^2$ kohtaavat toisensa ainoastaan yhdessä pisteessä. Tarkista tulos piirtämällä kuvio.
- 5 Ympyrään on piirretty kaksi toisensa kohtisuorasti leikkaavaa jännettä. Näytä, että jänneiden osien neliöiden summa on yhtä suuri kuin ympyrän halkaisijan neliö.
- 6 Ympyrään on piirretty kaksi sädettä. Piirrä jänne, jonka säteet jakavat kolmeen yhtä suureen osaan.
- 7 Todista, että jos pyramidi leikataan sen pohjan suuntaisella tasolla, leikkauskuvion ja pohjan alojen suhde on yhtä suuri kuin pienemmän pyramiidin ja koko pyramiidin korkeuksien suhteen neliö.
- 8 Kuinka monta prosenttia suurempi on säännöllisen oktaedrin ympäri piirretyn pallon tilavuus kuin sen sisään piirretyn pallon tilavuus?
- 9 Millä leveysasteella on leveysympyrän pituus $\frac{1}{2}$ ekvaattorin pituudesta?
- 10 Astiaan, jossa on 50 grammaa 0°C jäätä ja 400 grammaa 0°C vettä, johdetaan 20 grammaa 100°C vesihöyryä. Kuinka paljon lämpötila tämän johdosta kohoaa astiassa? (Jään sulamislämpö on 80 kaloria ja veden höyrystymislämpö 100°C :ssa 536 kaloria. Astian lämpiäminen jätetään huomioon ottamatta.)

- 1 Gregorianisen kalenterin mukaan on joka neljäs vuosi karkausvuosi, lukuunottamatta niitä vuosilukuja, jotka päättyvät kahteen nollaan olematta jaolliset 400:lla. Kuinka monta vuorokautta sisältää gregorianinen kalenterivuosi keskimäärin ja kuinka monella sekunnilla se keskimäärin poikkeaa vuoden todellisesta pituudesta, joka on 365,242197 vuorokautta?
- 1 1 1
- 2 Osota, että jos $\frac{a+b}{a+c} = \frac{b+c}{a+c}$ ja $\frac{b+c}{b+c} = 1$ muodostavat aritmeettisen sarjan, myös lukujen a , b ja c neliöt muodostavat aritmeettisen sarjan.
- 3 Määrää a siten, että toisen asteen yhtälöillä $12x^2 - 7ax + 8 = 0$ ja $6x^2 + ax - 2 = 0$ on yksi yhteinen juuri, sekä laske tämä.
- 4 Todista, että suora $12x - 4y = 9$ ja paraboli $y = x^2$ kohtaavat toisensa ainoastaan yhdessä pisteessä. Tarkista tulos piirtämällä kuvio.
- 5 Ympyrään on piirretty kaksi toisensa kohtisuorasti leikkaavaa jännettä. Näytä, että jänneiden osien neliöiden summa on yhtä suuri kuin ympyrän halkaisijan neliö.
- 6 Ympyrään on piirretty kaksi sädettä. Piirrä jänne, jonka säteet jakavat kolmeen yhtä suureen osaan.
- 7 Todista, että jos pyramiidi leikataan sen pohjan suuntaisella tasolla, leikkauskuvion ja pohjan alojen suhde on yhtä suuri kuin pienemmän pyramiidin ja koko pyramiidin korkeuksien suhteen neliö.
- 8 Kuinka monta prosenttia suurempi on säännöllisen oktaedrin ympäri piirretyn pallon tilavuus kuin sen sisään piirretyn pallon tilavuus?
- 9 Laske sen kolmion pienin kulma, jossa kaksi sivua on 12,693 m ja 13,718 m ja näiden välinen kulma $98^\circ 16' 40''$.
- 10 Astiaan, jossa on 50 grammaa 0°C jäätä ja 400 grammaa 0°C vettä, johdetaan 20 grammaa 100°C vesihöyryä. Kuinka paljon lämpötila tämän johdosta kohoaa astiassa? (Jään sulamislämpö on 80 kaloria ja veden höyrystyslämpö 100°C :ssa 536 kaloria. Astian lämpiäminen jätetään huomioon ottamatta.)