

Keväällä 1920. — Tehtävät 5[±], 8[±] ja 9[±] ovat realilinjaa varten; 5^{kl}, 8^{kl} ja 9^{kl} klassillista linjaa varten; muut ovat yhteiset.

1. Perustamaansa liikkeeseen sijoittavat A 1000, B 2000 ja C 3000 mk ja vuoden kuluttua A vielä 2000 ja B 1000 mk. Kun liike on toiminut 3 vuotta, jakavat A, B ja C voiton 1440 mk keskenään suhteellisesti liikkeeseen sijoittamiensa pääomien ja sen ajan mukaan, jonka eri erät ovat liikkeessä olleet. Kuinka paljon saa kukin?
2. Janan AB päätepisteeseen A kautta vedettyä suoraa pitkin erotetaan A:sta lähtien janat AC = CD = DE. Janan EB jatkeella erotetaan BF = BE. Osoita että suora CF puolittaa AB:n.
3. Tunnetaan pisteet A, B, C ja jana r. Piirrä A:n ja B:n kautta ympyrä siten että sille C:stä vedetty sivuja (tangentti) luottuna C:stä sivuamispisteeseen on janan r pituinen.
4. Todista että, kun pyramidia liikkaa pohjan (aseman) suuntainen taso, leikkauskuvio ja pohja ovat yhdenmuotoiset.
- 5[±]. Kuutio on piirretty suoraan kartioon, jonka sivuvuoran ja akselin välinen kulma on 45°. Määrä kuution ja kartion tilavuuksien suhde (kaksi kymmenystä eli desimaalia).
6. Jaa polynomi $2x^2 + a^2 - 3ax + 2bx - ab$ alkutekijöihinsä.
7. Ratkaise graafisesti yhtälöryhmä $x + 2y = 5$; $2x - 3y = 3$.
- 8[±]. Jana AB (= s) hypotenuusana on piirretty suorakulmainen, tasakylkinen kolmio ABB_1 ; AB_1 hypotenuusana samantainen kolmio AB_1B_2 ; sitten AB_2 hypotenuusana uusi samantainen kolmio AB_2B_3 j. n. e. rajattomasti. Määrä nurkavuoran $BB_1B_2B_3 \dots$ pituus.
- 9[±]. Nelikulmiossa ABCD ovat kulmat A ja C suoria. Todista että $AC : BD = \sin B$.
10. Yläpäästään umpimaisen putken alapää yhdistetään gumilatkulla elohopeasäiliöön. Letkun kautta tunkeutuva elohopea sulkee tällöin putken ilmamäärän, minkä tilavuus on 200 cm^3 , kun korkeuseroitus elohopeapintojen välillä säiliössä ja putkessa on 10 cm. Mikä on tämän ilmamäärän tilavuus, kun putkea kohottamalla molemmat elohopeapinnat saatetaan yhtä korkealle? (Lämpötila oletetaan muuttumattomaksi ja ulkoilman paineeksi 760 mm).
- 5^{kl}. Pallon on piirretty suora kuutio, jonka sivuvuoran ja akselin välinen kulma on 60°. Kuinka suuri osa pallon on kuution sisällä?
- 8^{kl}. Lasimäärästä, jonka kauppias oli ostanut 3 mk 42 p. hintaan kappaleelta, on $\frac{1}{10}$ särkeynyt. Mikä myyntihinta hänen on jättäjä jääneille lasille pantava, voidakseen myydä ne kätösostossa myöntäen 5% alennusta ja kuitenkin voittaa 10% koko lasimäärän ostohinnasta.
- 9^{kl}. Määrä kulmat suorakulmaisessa kolmiossa, jossa toisen terävän kulman puolittaja jakaa vastakkaisen kateetin suhteessa 4:3.

Juven

Våren 1920.

Uppgifterna 5^r, 8^r och 9^r gälla för reallinjen, 5^{kl}, 8^{kl} och 9^{kl} för klassiska linjen; de övriga äro gemensamma.

1. I en gemensam affär insätta A 1000, B 2000 och C 3000 mk. samt ett år senare A ytterligare 2000 och B 1000 mk. Sedan affären existerat 3 år, delas vinsten, 1440 mk, mellan A, B och C i förhållande till deras insatser och de lida dessa stätt i affären. Hur mycket får envar?
2. Från ändpunkten A av en sträcka AB avsättes utmed en rät linje sträckorna AC = CD = DE. På för-längningen av linjen CB avsättes BF = BE. Visa att linjen CF halverar AB.
3. Givna äro punkterna A, B, C och sträckan r. Drag genom A och B en cirkel så, att dess från C dragna tangent, räknad från C till tangeringspunkten, har längden r.
4. Visa, att om en pyramid skäres av ett med basen parallellt plan, genomskärningen blir likformig med basen.
- 5^r. En kub är inskriven i en rät kon, vars sidolinje med axeln bildar vinkeln 45°. Beräkna förhål-landet mellan kubens och konens volymer (två decimaler).
6. Upplös polynomet $2x^2 + a^2 - 3ax + 2bx - ab$ i dess enkla faktorer.
7. Lös grafiskt ekvationssystemet $x + 2y = 5$; $2x - 3y = 3$.
- 8^r. På en sträcka AB (= s) som hypotenusa är uppritad en rätvinklig, likbent triangel AB_1 , på AB , som hypotenusa en dylik triangel AB_1B_2 , därpå åter en sådan, AB_2B_3 på AB_2 som hypotenusa o.s.v. i oändlighet. Beräkna längden av den brutna linjen $B_1B_2B_3 \dots$.
- 9^r. I fyhörningen ABCD äro vinklarna A och C rätta. Visa att $AC : BD = \sin B$.
10. Den undre änden av ett upptill slutet rör förenas medels en gummislang med en kvicksilverbekållare. Av det inströmmande kvicksilvret inneslutes i röret en luftmängd, vars volym är 200 cm³, då höjdskillnaden mellan kvicksilverytorna i behållaren och röret är 10 cm. Vilken volym intager denna luftmängd, då genom höjning av röret kvicksilverytorna bringas i jämnhöjd? (Temperaturen antages oförändrad och barometerståndet = 760 mm).
- 5^{kl}. I en sfär är inskriven en rät kon, vars sidolinje med axeln bildar vinkeln 60°. Hur stor del av sfärens volym upptager konen?
- 8^{kl}. Av ett parti glas, som en köpmän köpt för 3 mk 42 p pr stycke, har $\frac{1}{10}$ gått sönder. Vilket försäljningspris bör han sätta på de återstående glasen, för att kunna lämna 5% rabatt vid kontant köp av dem och ändå förtjäna 10% av inköpspriset för hela det av honom köpta partiet?
- 9^{kl}. Bestäm vinklarna i en rätvinklig triangel, där den ena sneda vinkelns halveringslinje delar den motstående kateten i förhållandet 1:3.

Ylioppilastutkinto syksyllä 1920. - Matematiikkaa.

- 1) Kuinka monta % on hehtaari tynnyrinalasta? 1 tynnyrinala = 56000 neliöjalkaa ja 1 jalka = 0.3 metriä.
- 2) Piirrä annetun tasasivuisen kolmion suuruisen säännöllisen kuusikulmio.
- 3^r) Yksi 50 ja yksi 100 grammam paino, kumpikin samaa metallia ja samaa muotoa, on nikkelöitävä. Kuinka paljon tämä työ maksaa, kun hinta lasketaan nikkelöitävän pinta-alan mukaan ja on ensin mainitun painon osalle 2 mf?
- 4) Puoran kartion korkeus ja pohjan (aseman) halkaisija ovat 1 dm. Kartion korkeus halkaisijana on piirretty pallo. Määrittää pallon ja kartion leikkausympyrän pituus.
- 5) Todista kaava $\log(ab) = \log a + \log b$.
- 6^r) Mitkä positiiviset arvot voi $\sqrt{x^2 + 2x + 5}$ saada x :n reaaliarvoille?
- 7^r) Piirrä käyrä $y = x^2 + 2x + 5$ ja määrittää sen alin piste.
- 8) A alottaa erään työn, mutta sairastuu 5 päivän kuluttua, jolloin B ryhtyy sitä jatkamaan. Kun B on työskennellyt 9 päivää ja puolet koko työstä on suoritettu, palaa A työhön, ja nyt saavat A ja B yhdessä sen valmiiksi $7\frac{1}{2}$ päivässä. Missä ajassa kumpikin heistä erikseen olisi suorittanut koko työn?
- 9^r) Kolmiossa ABC on $AB = 4$, $AC = 5$ cm ja $\angle A = 76^\circ 32' 40''$. Kuinka pitkä on A:sta vastakkaiselle sivulle vedetty jana, joka puolittaa kulman A?

10^r) Erään kaasun ominaispaine on 20°C läm. pötilässä ja 3 ilmakehän paineen alaisena 0.002. Määriä sen ominaispaine kun läm. pötila on 0°C ja paine 1 ilmakehä.

3^{kl}) Ympyrän säde on 7 cm ja 3 cm:n etäisyydellä sen keskipisteestä olevan pisteen P kautta vedetään 13 cm pitkä jänne AB. Kuinka pit. kät ovat sen osat PA ja PB?

6^{kl}) Ratkaise yhtälö $2\frac{1}{3}x - (0.2)^3 = (1\frac{1}{2})^3x - 0.133$ ja esitä juuren arvo murtoluvulla (ei kymme. nysmurtoluvulla).

7^{kl}) Määriä funktion $x^2 + 2x + 5$ minimiarvo algebrallisesti tai graafisesti.

9^{kl}) 96 m pitkän sillan ympyrämuotoisen kaari on keskeltä 16 m korkea. Mikä on kaaren pituus?

10^{kl}) Mikä voima antaa 1 kg:n painoiselle kappaleelle kiihtyvyyden $2\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$? ($g = 9.8\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$).

Ylioppilastutkinto syksyllä 1920. - Matematiikkaa.

- 1) Kuinka monta % on hehtaari tynnyrinäalasta? 1 tynnyrinäala = 56000 neliöjalkaa ja 1 jalka = 0.3 metriä.
- 2) Piirrä annettun tasasivuisen kolmion suuruisen säännöllisen kuusikulmio.
- 3²⁾ Yksi 50 ja yksi 100 gramman paino, kumpikin samaa metallia ja samaa muotoa, on nikkelöitävä. Kuinka paljon tämä työ maksaa, kun hinta lasketaan nikkelöitävän pinta-alan mukaan ja on ensinnamainitun painon osalle 2 mf?
- 4) Puoran kartion korkeus ja pohjan (aseman) halkaisija ovat 1 dm. Kartion korkeus halkaisijana on piirretty pallo. Määrittää pallon ja kartion leikkausympyrän pituus.
- 5) Todista kaava $\log(ab) = \log a + \log b$.
- 6²⁾ Mitkä positiiviset arvot voi $\sqrt{x^2 + 2x + 5}$ saada x :n reaaliarvoille?
- 7²⁾ Piirrä käyrä $y = x^2 + 2x + 5$ ja määrittää sen alin piste.
- 8) A alottaa erään työn, mutta sairastuu 5 päivän kuluessa, jolloin B ryhtyy sitä jatkamaan. Kun B on työskennellyt 9 päivää ja purit koko työstä on suoritettu, palaa A työhön, ja nyt saavat A ja B yhdessä sen valmiiksi $7\frac{1}{2}$ päivässä. Missä ajassa kumpikin heistä erikseen olisi suorittanut koko työn?
- 9²⁾ Kolmiossa ABC on $AB = 4$, $AC = 5$ cm ja $\angle A = 76^\circ 32' 40''$. Kuinka pitkä on A:sta vastakkaiselle sivulle vedetty jana, joka puolittaa kulman A?

10^r) Erään kaasun ominaispaine on 20°C läm. pötilassa ja 3 ilmakehän paineen alaisena 0.002. Määriä sen ominaispaine kun läm. pötila on 0°C ja paine 1 ilmakehän.

3^{kl}) Ympyrän säde on 7 cm ja 3 cm:n etäisyydellä sen keskipisteestä olevan pisteen P kautta vedetään 13 cm pitkä jänne AB. Kuinka pit. kät ovat sen osat PA ja PB?

6^{kl}) Ratkaise yhtälö $2\frac{1}{3}x - (0.2)^3 = (1\frac{1}{2})^3x - 0.133$ ja esitä juuren arvo murtoluvulla (ei kymme. nysmurtoluvulla).

7^{kl}) Määriä funktion $x^2 + 2x + 5$ minimiarvo algebrallisesti tai graafisesti.

9^{kl}) 96 m pitkän sillan ympyränmuotoisen kaari on keskeltä 16 m korkea. Mikä on kaaren pituus?

10^{kl}) Mikä voima antaa 1 kg:n painoiselle kappaleelle kiihtyvyyden $2\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$? ($g = 9.8\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$).