

Kl. 8. Eräs henkilö ennätti tavallisesti 20 minuutissa asunnostaan junalle juuri parhaaksi sunnun sen lähtöä. Eräänä päivänä hän lähti kotiaan 8 minuuttia tavallista myöhemmin ja vaikka hän käveli nopeammin, ei hän ennättänyt ajoissa perille, vaan oli hänellä junan lähtiessä vielä  $\frac{1}{10}$  matkasta jäljellä. Miten suuri oli hänen nopeutensa tällöin verrattuna hänen tavalliseen nopeuteensa?

Kl. 9. Suorakulmainen kolmio, jonka hypotenuusa on 6.32 cm ja jossa yksi kulma on  $63^{\circ} 12'$  pyörähtää pitemmän katetinsa ympäri. Määriä tällöin syntyvän kartion tilavuus.

Kl. 10. 13 gramman painoista messinkipalloa (ominaislämpö 0.09) kuumennetaan kaasuliekissä, kunnes se on saavuttanut liikin lämpötilan. Tämän jälkeen pannaan pallo nopeasti 100 grammaan  $16^{\circ}$  vettä, jolloin veden lämpötila nousee  $26^{\circ}$ :seen. Mikä oli liikin lämpötila?

R. 8. Suoraa yksivartista vipua AB, joka painaa 10 grammaa senttimetri, voidaan kiertää A:n ympäri. Pisteeseen C, jonka etäisyys A:sta on 15 cm, on sovitettu 100 gramman suuruisen kuorman ja, tasapainon saavuttamiseksi, päätepisteeseen B pystysuoraan ylöspäin suunnattu voima. Kuinka pitkä tulee virun olla, jotta pisteeseen B sovitettu voima olisi mahdollisimman pieni?

R. 9. Kaksi henkilöä, jotka ovat 1000 metrin etäisyydellä toisistaan, havaitsee yht'aikaa suoraa pohjoisessa ilmapallon, toinen  $18^{\circ} 8'$  ja toinen  $21^{\circ} 15'$  taivaanrannan yläpuolella. Määriä ilmapallon korkeus vaakasuoraksi oletetusta maanpinnasta.

R. 10. Lyijypaino putoaa 15 m. korkeudesta kiinteätä alustaa vastaan ja menettää tällöin kaiken liikuntanopeutensa. Montako astetta lämpimää lyijypaino sysäyksestä, jos kaikki lämpö, joka tällöin syntyy, menee lyijypainon lämpötilan kohottamiseen ja jos ilman vastus jätetään huomioonottamatta? (Lyijyn ominaislämpö on 0.03 ja lämmön mekaaninen ekvivalentti  $427$  kgm.)

Ylioppilastutkinto keväällä 1919.

Kl. merkitsee klassillisen luvun, R. realiluvun tehtävää; muut ovat yhteisiä.

1. Heinäkuun 1. päivänä 1918 sijoitti eräs henkilö 960 markkaa pankkiin, jossa korko aina keskellä vuotta ja vuoden lopussa lisättiin pääomaan ja hyvitetiin korkoa myös kun koko saatava lopullisesti pankista nostettiin, kuitenkin siten, että joka kerta korosta verona vähennettiin 5%. Kuinka suuren summan sai tuo henkilö pankista nostaa huhtikuun 14. päivänä 1919, jos korkoa laskettiin 1918 4% ja 1919 5% mukaan?

2. Kolmion  $ABC$ :n kärjen  $A$ :n kautta vedetään  $BC$ :n suuntainen suora, joka leikkaa  $B$ :stä ja  $C$ :stä vedettyjen keskijanojen (medianien) jatkeita pisteissä  $D$  ja  $E$ . Todista että  $AD = AE$ .

3. Piirrä tasakylkinen kolmio  $ABC$ , kun kantakulmat (asemakulmat)  $B$  ja  $C$  sekä kyljen  $AB$ :n ja kannan (aseman)  $BC$ :n eritys tunnetaan ( $AB > BC$ ). Milloin on tehtävä mahdollinen?

4. Puoliympyrä voidaan likiarvoisesti oikaista seuraavalla tavalla. Ympyrän halkaisijan  $AB$ :n toisen päätepisteen  $B$  kautta piirretään ympyrälle sivuja (tangenti) ja ympyrän keskipisteestä  $O$  piirretään suora, joka  $OB$ :n kanssa muodostaa  $30^\circ$  suuruisen kulman. Tämän suoran ja sivujan leikkauspisteestä  $C$  lähtien eritetaan sivujasta suuntaan  $CB$  jana  $CD = 3 \cdot OB$ . Silloin jana  $AD$  on likipitään yhtä pitkä kuin puoliympyrän kaari. Määrittää janan  $AD$ :n pituus 5 kymmenyksellä (desimalilla), kun ympyrän säde oletetaan pituusyksikön suuruiseksi.

5. Tetraedrin (nelitahokkaan) kaksi kärkeä ajatellaan janoilla yhdistetyiksi vastaisen sivukolmioiden painopisteisiin (keskijanojen eli medianien leikkauspisteisiin). Todista, että nämä yhdysjanat leikkaavat toisensa, ja määrää, miten leikkauspisteen erittämät yhdysjanojen molemmat osat suhtautuvat toisiinsa.

6. Supista murtoluku  $\frac{x^3 - 10x^2 + 26x - 8}{x^3 - 9x^2 + 23x - 12}$ .

7. Tehtaassa oli työmiesten päiväpalkka 15 markkaa ja työaika 10 tuntia päivässä, ja meni silloin työmiesten palkkaukseen 50% tehtaan tuotteiden tuotantokustannuksista. Myöhemmin korotettiin päiväpalkka 20 markkaan ja työaika lyhennettiin 8 tuntiin päivässä. Monellako % on tämän johdosta tehtaan tuotteiden hintaa korotettava, jotta voitto olisi yhtä monta % tuotantokustannuksista kuin ennenkin, jos tehtäkö (kunkin työmiehen tunnissa suorittama työmäärä) on pysynyt muuttumatta?

Kl. 8. Eräs henkilö ennätti tavallisesti 20 minuutissa asunuvistaan junalle jonne parhaaksi ennen sen lähtöä. Eräänä päivänä hän lähti kotiaan 8 minuuttia tavallista myöhemmin ja vaikka hän käveli nopeammin, ei hän ennättänyt ajoissa perille, vaan oli hänellä junan lähtiessä vielä  $\frac{1}{10}$  matkasta jäljellä. Miten suuri oli hänen nopeutensa tällöin verrattuna hänen tavalliseen nopeuteensa?

Kl. 9. Suorakulmainen kolmio, jonka hypotenuusa on 6,32 cm ja jossa yksi kulma on  $63^{\circ} 12'$  pyörähtää pitemmän katetinsa ympäri. Määriä tällöin syntyvän kartion tilavuus.

Kl. 10. 13 gramman painoista messinkipalloa (ominaislämpö 0,09) kuumennetaan kaasuliekissä, kunnes se on saavuttanut liikin lämpötilan. Tämän jälkeen pannaan pallo nopeasti 100 grammaan  $16^{\circ}$  vettä, jolloin veden lämpötila nousee  $26^{\circ}$ :seen. Mikä oli liikin lämpötila?

R. 8. Suoraa yksivartista vipua AB, joka painaa 10 grammaa senttimetri, voidaan kiertää A:n ympäri. Pisteeseen C, jonka etäisyys A:sta on 15 cm, on sovitettu 100 gramman suuruinen kuorma ja, tasapainon saavuttamiseksi, päättepisteeseen B pystysuoraan ylöspäin suunnattu voima. Kuinka pitkä tulee virun olla, jotta pisteeseen B sovitettu voima olisi mahdollisimman pieni?

R. 9. Kaksi henkilöä, jotka ovat 1000 metrin etäisyydellä toisistaan, havaitsee yht'aikaa suoran pohjoisessa ilmapallon, toinen  $18^{\circ} 8'$  ja toinen  $21^{\circ} 15'$  taivarrannan yläpuolella. Määriä ilmapallon korkeus vaakasuoraksi oletetusta maanpinnasta.

R. 10. Lyijypaino putoo 15 m. korkeudesta kiinteätä alustaa vastaan ja menettää tällöin kaiken liikuntanopeutensa. Montako astetta lämpimää lyijypaino sysäyksestä, jos kaikki lämpö, joka tällöin syntyy, menee lyijypainon lämpötilan kohottamiseen ja jos ilman vastus jätetään huomioimattomaksi? (Lyijyn ominaislämpö on 0,03 ja lämmön mekaaninen ekvivalentti  $427 \text{ kgm.}$ )

## Ylioppilastutkinto keväällä 1919.

Kl. merkitsee klassillisen lysson, R. realilsson tehtävää; muut ovat yhteisiä.

1. Heinäkuun 1. päivänä 1918 sijoitti eräs henkilö 960 markkaa pankkiin, jossa korko aina keskellä vuotta ja vuoden lopussa lisättiin pääomaan ja hyvitetiin korkoa myös kun koko saatava lopullisesti pankista nostettiin, kuitenkin siten, että joka kerta korosta verona vähennettiin 5%. Kuinka suuren summan sai tuo henkilö pankista nostaa huhtikuun 14. päivänä 1919, jos korkoa laskettiin 1918 4% ja 1919 5% mukaan?

2. Kolmion  $ABC$ :n kärjen  $A$ :n kautta vedetään  $BC$ :n suuntainen suora, joka leikkaa  $B$ :stä ja  $C$ :stä vedettyjen keskijanojen (medianien) jatkeita pisteissä  $D$  ja  $E$ . Todista että  $AD = AE$ .

3. Piirrä tasakylkinen kolmio  $ABC$ , kun kantakulmat (asemakulmat)  $B$  ja  $C$  sekä kyljen  $AB$ :n ja kannan (aseman)  $BC$ :n eritys tunnetaan ( $AB > BC$ ). Milloin on tehtävä mahdollinen?

4. Puoliympyrä voidaan likiarvoisesti oikeasta seuraavalla tavalla. Ympyrän halkaisijan  $AB$ :n toisen päätepisteen  $B$  kautta piirretään ympyrälle sivuja (tangenti) ja ympyrän keskipisteestä  $O$  piirretään suora, joka  $OB$ :n kanssa muodostaa  $30^\circ$  suuruisen kulman. Tämän suoran ja sivujan leikkauspisteestä  $C$  lähtien erotetaan sivujasta suuntaan  $CB$  jana  $CD = 3 \times OB$ . Silloin jana  $AD$  on likipitään yhtä pitkä kuin puoliympyrän kaari. Määrittää janan  $AD$ :n pituus 5 kymmenyksellä (desimalilla), kun ympyrän säde oletetaan pituusyksikön suuruiseksi.

5. Tetraedrin (nelitahokkaan) kaksi kärkeä ajatellaan janoilla yhdistetyiksi vastaisen sivukolmioiden painopisteisiin (keskijanojen eli medianien leikkauspisteisiin). Todista, että nämä yhdysjanat leikkaavat toisensa, ja määrää, miten leikkauspisteen eroittamat yhdysjanojen molemmat osat suhtautuvat toisiinsa.

6. Supista murtoluku  $\frac{x^3 - 10x^2 + 26x - 8}{x^3 - 9x^2 + 23x - 12}$ .

7. Tehtaassa oli työmiesten päiväpalkka 15 markkaa ja työaika 10 tuntia päivässä, ja meni silloin työmiesten palkkaukseen 50% tehtaan tuotteiden tuotantokustannuksista. Myöhemmin korotettiin päiväpalkka 20 markkaan ja työaika lyhennettiin 8 tuntiin päivässä. Monellako % on tämän johdosta tehtaan tuotteiden hintaa korotettava, jotta voitto olisi yhtä monta % tuotantokustannuksista kuin ennenkin, jos työteho (kunkin työmiehen tunnissa suorittama työmäärä) on pysynyt muuttumatta?

YLIOPPILASTUTKINTO SYKS. 1919.

Kl. merkitsee klassillisen linjan, R. realilinjan tehtävää; muut ovat yhteisiä.

1. Kuinka paljon kuparimalmia, jonka kuparipitoisuus on 32 prosenttia, menee 12 kg messinkiä valmistettaessa, jos valmistettavan messingin tulee sisältää 60 prosenttia kuparia?

2. Tunnetaan tasossa kaksi suoraa ja piste A. Määrää toinen piste B siten, että tunnetut suorat jakavat janan AB kolmeen yhtäsuureen osaan.

3. Säännölliseen kuusikulmioon piirretään ne lävistäjät (diagonalit), jotka eivät kulje keskipisteen kautta. Nämä rajoittavat toisen säännöllisen kuusikulmion. Määrää molempien kuusikulmioiden alojen suhde.

4. Todista, että kolmisivuinen pyramidi on kolmasosa kolmisivuisesta prismasta (särmiöstä), jolla on sama pohja (asema, kanta) ja korkeus kuin pyramidilla.

5. Laske lausekkeen

$$\sqrt[3]{\frac{4.256^2 - 3.136^2}{0.75}}$$

arvo.

6. Yhtälön  $ax^2 + 2bx + c = 0$  juuret olkoot  $\alpha$  ja  $\beta$ . Lausu  $(\alpha - \beta)^2$  yhtälön kertoimilla (koeffisienteilla) yhtälöä ratkaisematta.

7. Kahdessa astiassa on veden ja alkoholin sekoituksia; toisessa on 3 kertaa ja toisessa 5 kertaa niin paljon alkoholia kuin vettä. Kuinka paljon on kumpaakin sekoitusta otettava, jotta saataisiin 7 litraa sellaista sekoitusta, missä alkoholin määrä on 4 kertaa suurempi kuin veden?

8. Eräs työmiiesjoukko voi suorittaa tierakennuksen 20 päivässä, jolloin työmiesten palkkaukseen menee 3000 mk. Toinen yhtä suuri työkuunta tarjoutuu suorittamaan saman tierakennuksen 16 päivässä 4 mk suuremman päiväpalkasta miestä kohti, ja silloin työkustannukset nousisivat 3360 markkaan. Ilmoita työmiesten lukumäärä.

Kl. 9. Kuinka pitkä on Helsingin kautta kulkeva leveyspiiri, kun Helsingin maantieteellinen leveys on 60 astetta 10 minuuttia ja maapallon säde oletetaan 6370 km pitkäksi?

Kl. 10. On kaksi pintaa, joista toinen on 3 m:n välimatkan päässä eräästä valonlähteestä ja toinen 5 m:n etäisyydellä toisesta valonlähteestä; kumpaakin pintaa valaisee valonlähteen-  
sä yhtä voimakkaasti. Kuinka suuri on jälkimäisen valonlähteen voimakkuus, kun ensinmainittu on 30 normalikynttilän vahvuinen?

R. 9. Kartion vaippa (sivupinta) sivuaa palloa pitkin ympyräviivaa, jonka säde on  $\frac{1}{3}$  pallon säteestä. Määrää keskuskulma (sentrikulma) siinä ympyränsektorissa, joka syntyy, kun kartion vaippa leikataan auki pitkin sivujansa (sivuviivaa) ja levitetään tasoon.

R. 10. Tasollä, joka vaakasuoran tason kanssa muodostaa  $45^{\circ}$  kulman, on 1 kg painoinen kappale. Kuinka suuri on kappaletta alaspäin vievä, tason suuntainen voima, jos kappaleen ja tason välinen kitkakertoin on 0.2?