

Studentexamen våren 1915.

1. År 1890 utgjorde i Finland städernas befolkning i runt tal 235,000 och landsbygdens befolkning 2,145,000 personer. År 1900 voro motsvarande tal 340,000 och 2,370,000. Med huru många procent hade förhållandet mellan städernas och landsbygdens folkmängd vuxit?

2. I en rätvinklig triangel, vars kateter hava förhållandet 3:4, halveras den mot den större kateten stående vinkeln. I vilket förhållande delas det inom triangeln fallande stycket av halveringslinjen af höjdlinjen från den räta vinkelns spets?

3. Bevisa att den största gemensamma divisorn till de hela talen m och n även utgör största gemensamma divisor till talen $m+n$ och $2m+3n$.

4. Målaren Albrecht Dürer gav följande praktiska regel för inskrivning av en reguljär sjuhörning i en cirkel: „Den inskrivna reguljära sjuhörningens sida utgör hälften av den inskrivna liksidiga triangelns sida”.

Pröva genom geometrisk konstruktion noggrannheten av denna regel, samt beräkna skillnaden mellan den centrivinkel, som står mot den reguljära sjuhörningens sida, och den centrivinkel, vars korda utgöres av den liksidiga triangelns halva sida.

5. På en rät linje väljas i ordning fyra punkter A, B, C, D, sålunda, att sträckorna AB och CD bliva lika stora. Genom punkterna A och C uppritas en cirkellinje, genom punkterna B och D en annan. Bevisa att dessa cirkelars gemensamma korda halverar sträckan BC, huru än cirkelarna väljas.

6. Bilda en ekvation av andra graden, som satisfieras av kvadraterna på rötterna till ekvationen

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

7. Huru många cm^2 järnbleck åtgå till förfärdigandet av ett cylindriskt kärl, som rymmer en liter och i vilket höjden förhåller sig till bottenens diameter såsom 3: 2?

8. Konstruera geometriskt de spetsiga vinklar, som satisfiera likheten

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = 3,$$

och beräkna deras gradtal.

9. En reguljär tetraeder ABCD skäres medels ett plan, som går genom mittpunkterna av kanterna AB, AC och BD. Bevisa att genomskärningen är en kvadrat.

10. På en kropp, som rör sig utmed en rät linje, verkar en konstant kraft i en riktning motsatt rörelsens. Under den första sekunden efter det kroppen passerat en viss punkt P tillryggäligger den $7\frac{3}{4}$ dm och under den tredje sekunden $4\frac{3}{4}$ dm. När är dess hastighet noll, och huru lång väg har den då tillryggälagt, räknat från punkten P?

Ylioppilastutkinto keväällä 1915.

1. Vuonna 1890 oli Suomessa kaupunkien väestön lukumäärä pyörein luvuin 235,000 ja maaseudun väestön lukumäärä 2,145,000. Vuonna 1900 vastaavat luvut olivat 340,000 ja 2,370,000. Monellako prosentilla kaupunkien asukasluvun suhde maaseudun asukaslukuun oli kasvanut?

2. Suorakulmaisessa kolmiossa, jonka kateettien keskinäinen suhde on 3: 4, suurempaa kateettia vastassa oleva kulma puolitetaan. Missä suhteessa suoran kulman kärjestä piirretty korkeusviiva jakaa kolmion sisäpuolella olevan osan puolittajaviivasta?

3. Todista että kokonaisten lukujen m ja n suurin yhteinen tekijä myös on lukujen $m+n$ ja $2m+3n$ suurin yhteinen tekijä.

4. Taiteilija Albrecht Dürer antoi seuraavan käytännöllisen säännön säännöllisen seitsenkulmion sisäänpiirtämistä varten ympyrään: „Sisäänpiirretyn säännöllisen seitsenkulmion sivu on puolet sisäänpiirretyn tasasivuisen kolmion sivusta”.

Tutki geometrisen konstruktion kautta tämän säännön tarkkuutta ja laske kuinka paljon säännöllisen seitsenkulmion sivua vastassa oleva keskuskulma eroaa siitä keskuskulmasta, jota vastassa oleva jänne on tasasivuisen kolmion sivun puolikas.

5. Tunnetulla suoralla valitaan järjestyksessä neljä pistettä A, B, C ja D siten, että janat AB ja CD tulevat yhtä pitkiksi. Pisteiden A ja C kautta piirretään ympyräviiva, pisteiden B ja D kautta toinen. Todista, että näiden ympyröiden yhteinen jänne puolittaa janat BC, valittakoon ympyrät miten tahansa.

6. Muodosta toisen asteen yhtälö, jonka toteuttavat yhtälön

$$ax^2 + bx + c = 0$$

juurten neliöt.

7. Kuinka monta sm^2 rautapeltiä tarvitaan sellaisen sylinterinmuotoisen astian valmistamiseen, joka vetää yhden litran ja jonka korkeuden suhde pohjan halkasijaan on 3:2?

8. Piirrä geometrisesti ne terävät kulmat, jotka toteuttavat yhtälön

$$\text{tg}x + \text{cot}g x = 3,$$

ja laske niiden asteluku.

9. Säännöllinen tetraedri ABCD leikataan tasolla, joka kulkee särmien AB, AC ja BD keskipisteiden kautta. Todista että leikkauskuvio on neliö.

10. Kappale liikkuu pitkin suoraa viivaa, vakinaisen voiman alaisena, jonka suunta on päinvastainen liikkeen suunnalle. Ensimmäisellä sekunnilla sen jälkeen kuin kappale on sivuuttanut erään pisteen P liikkuu se $7\frac{3}{4}$ dm ja kolmannella sekunnilla $4\frac{3}{4}$ dm. Milloin sen nopeus on nolla ja kuinka pitkän matkan se silloin on liikkunut pisteestä P lukien?

Ylioppilastutkinto syksyllä 1915.

1. Kirjakauppias möi yleensä kirjansa 20 prosenttin voitolla. Paraimmille ostajilleen myönsi hän kuitenkin niin suuren hinnanalennuksen, että heille myydyt kirjat tuottivat hänelle ainoastaan 8 prosenttia voittoa. Montako prosenttia hinnanalennusta hän myönsi?

2. Säännöllisellä kahdeksankulmiolla ja säännöllisellä kuusikulmiolla on yhtä pitkät piirit. Määrää niiden pinta-alojen suhde ja laske se kolmella kymmenyksellä (tauluja ei saa käyttää).

3. Suhteet $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ja $\frac{e}{f}$ oletetaan keskenään yhtä suuriksi. Todista että jokainen niistä on yhtä kuin suhde

$$\frac{3a - 2c + e}{3b - 2d + f}.$$

4. Kolmisärmäinen pyramiidi ABCD leikataan tasolla, joka leikkaa särmiä AB, AC ja AD pisteissä B', C' ja D'. Todista, että pyramiidin AB'C'D' tilavuuden suhde tunnetun pyramiidin tilavuuteen on yhtä kuin

$$\frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} \cdot \frac{AD'}{AD}.$$

5. Samalla hetkellä kun juna lähtee liikkeelle, alkaa henkilö, joka on 65 m sen jäljessä, juosta sen perästä. Kuinka lähelle junaa hän pääsee, jos hän juoksee 5 m nopeudella sekunnissa ja junan nopeus ensimmäisellä minuutilla otaksutaan kasvavan tasaisesti 2 dm sekunnissa.

6. Mitä arvoja eroituksella $x - y$ voi olla, jos x ja y toteuttavat yhtälöt

$$\begin{cases} a(x^2 - y^2) - b(x + y)^2 = 0 \\ 2(x^2 - y^2) - 3b(x + y) = 2ab. \end{cases}$$

7. Ympyrään, jonka säde on 6 sm, on samalle puolelle keskipistettä piirretty kaksi yhdensuuntaista 3 ja 5 sm pituista jännettä. Laske niiden ympyrän kaarien pituus, jotka ovat jänteiden välillä.

8. Pallonmuotoinen kappale, jonka säde on 2 dm, vajoaa veteen niin syvälle, että kolmas osa sen pinnasta joutuu veden alle. Paljonko kappale painaa?