

Studentexamen våren 1913.

1. Sök de minsta positiva hela tal, vilkas inversa värden förhålla sig till varandra såsom talen 7, 12 och 18.

2. En likbent triangel, vars sida är 10 cm och bas 6 cm, skäres medels en rät linje, som går genom basens ena ändpunkt och med basen bildar en vinkel lika med den givna triangelns spetsvinkel. Beräkna med ett fel mindre än $0,1 \text{ mm}^2$, utan användande av tabeller, arean av den invid basen liggande delen av den givna triangeln.

3. Två sträckor a och b äro givna. Konstruera en vinkel vars tangent är $\left(\frac{a}{b}\right)^2$.

4. I en kvadrat ABCD, vars sida har längden a, sammanbindes hörnpunkten A med mittpunkten E av sidan CD, och härefter halveras vinkeln BAE, varvid halveringslinjen råkar sidan BC i punkten F. Beräkna längden av sträckan BF, och visa att sidan BC i punkten F delas i kontinuerlig proportion.

5. Vad förstås med en rät linjes lutningsvinkel mot ett plan, och huru bevisas att denna vinkel är den minsta av alla de vinklar, som den givna linjen bildar med räta linjer i planet?

6. Utför additionen

$$\frac{\sqrt[4]{a^3} - 2\sqrt[4]{a} + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 4} + \frac{\sqrt[4]{a} - 4}{\sqrt[4]{a} - 2}$$

och bringa resultatet i dess enklaste möjliga form (a är ett positivt tal, och alla radikaler hava positiva värden).

7. En person köpte 45 bankaktier, lydande å 200 mk, samt 80 obligationer i ett industriellt företag, lydande å 100 mk, och erlade härvid 5,920 mark mer för bankaktierna än för obligationerna. Då sedermera dividend på aktierna utdelades efter 8 % av deras nominella värde och ränta på obligationerna efter 5 % av dessas nominella värde, erhöll personen i fråga 5,6 % på sitt sammanlagda i aktier och obligationer nedlagda kapital. Vilket pris erlade han för aktierna och vilket för obligationerna?

8. Dela talet 10 i två sådana delar, att summan av två gånger den ena delens kvadrat och tre gånger den andra delens kvadrat blir så liten som möjligt.

9. Huru stor del av jordens yta ligger norr om Helsingfors breddcirkel? (Helsingfors bredd är $60^{\circ} 10'$, och jordens form antages sfärisk).

10. Luftens specifika vikt vid 0° temperatur och en atmosfärs tryck är 0,00129. Huru stor volym intar 100 gr luft vid samma temperatur och tre atmosfärers tryck?

Ylioppilastutkinto keväällä 1913.

1. Mitkä ovat pienimmät positiiviset kokonaisluvut, joiden inverssiarvot suhtautuvat toisiinsa niinkuin luvut 7, 12 ja 18?

2. Tasakylkinen kolmio, jonka sivu on 10 sm ja kanta (asema) 6 sm, leikataan suoralla, joka kulkee kannan toisen päätepisteen kautta ja kannan kanssa tekee kolmion kärki-kulman suuruisen kulman. Laske, käyttämättä mitään tauluja ja niin tarkasti että tuleman virhe on pienempi kuin $0,1 \text{ mm}^2$, kolmion kannan viereisen osan pinta-ala.

3. Tunnetaan kaksi janaa a ja b. Piirrä kulma, jonka tangentti on $\left(\frac{a}{b}\right)^2$

4. Neliössä ABCD, jonka sivun pituus on a, piste A ja sivun CD keskipiste E yhdistetään suoralla ja kulma BAE puolitetaan, jolloin puolittaja leikkaa sivun BC pisteessä F. Määrä janan BF pituus ja todista että sivu BC jakaantuu pisteessä F jatkuvassa suhteessa.

5. Mitä ymmärretään suoran ja tason kaltevuuskulmalla, ja kuinka todistetaan, että tämä kulma on pienin kaikista niistä kulmista, jotka suora muodostaa tasossa olevien suorien kanssa?

6. Suorita yhteenlasku

$$\frac{\sqrt[4]{a^3} - 2\sqrt[4]{a} + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 4} + \frac{\sqrt[4]{a} - 4}{\sqrt[4]{a} - 2}$$

ja supista tulema yksinkertaisimpaan muotoonsa (a on positiivinen luku ja kaikilla juurilla on positiiviset arvot).

7. Henkilö osti 45 pankkiosaketta, joiden nimellisarvo oli 200 mk, sekä 80 obligatsiona teollisuusyrityksessä, joiden nimellisarvo oli 100 mk, ja maksoi osakkeista 5,920 mk enemmän kuin obligatsioneista. Kun sittemmin voitto-osuus osakkeista jaettiin 8:n prosentin mukaan niiden nimellisarvosta, ja korko obligatsioneista 5:n prosentin mukaan niiden nimellisarvosta, tuli hän saaneeksi 5,6 % osakkeihin ja obligatsioneihin yhteensä sijoittamistaan rahoista. Minkä hinnan maksoi hän osakkeista ja minkä obligatsioneista?

8. Jaa luku 10 kahteen osaan siten, että osien neliöt, kerrottuna toinen 2:lla ja toinen 3:lla, yhteenlaskettuina muodostavat mitä pienimmän luvun.

9. Kuinka suuri osa maapallon pinnasta on Helsingin leveyspiirin pohjoispuolella? (Helsingin leveysaste on $60^{\circ} 10'$ ja maapallo oletetaan pallonmuotoiseksi).

10. Ilman ominaispaine 0° lämmöllä ja yhden atmosferin paineella on 0,00129. Kuinka suuren tilan täyttää 100 gr ilmaa 0° lämmöllä ja kolmen atmosferin paineella?

6. Suorita yhteenlasku

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-a^2} + \frac{1}{1-a^4} + \frac{1}{1-a^8} + \dots$$

is suuria tuloksia yksinkertaisimmissa muodoissa (ja on positiivinen luku ja kaikilla muilla on positiiviset arvot).

Ylioppilastutkinto syksyllä 1913.

1. Kuinka monta metriä sekunnissa kulkee laiva, jonka nopeus on 10 solmuväliä?

Solmuvälien lukumäärä ilmoittaa, kuinka monta minuuttia maapallon isoympyrän kaaresta laiva kulkee tunnissa. Maapallon säde oletetaan = 6367 km.

2. Piirrä ympyrä, joka sivuaa kahta tunnettua yhdensuuntaista suoraa ja jonka kehä kulkee tunnetun pisteen kautta.

3. Kolmiossa ABC sivut AB, BC ja CA ovat järjestyksessä 25, 52 ja 63 mm pitkät. Määrää ilman trigonometrisiä laskuja sivua CA vastaan piirretyn korkeusviivan pituus.

4. Pyramiidin ABCD kärkipisteen B kautta asetetaan taso yhdensuuntaiseksi särmän AD kanssa siten, että se jakaa särmän CD suhteessa m:n. Laske niiden pyramiidien tilavuuksien suhde, joihin tunnettu pyramiidi tällöin jakaantuu.

5. Osoita että yhtälön

$$3x^2 - 8x \sin 60^\circ + 3 = 0$$

juuret ovat $\operatorname{tg} 60^\circ$ ja $\operatorname{cot} 60^\circ$.

6. Sinkkiä, kuparia ja tinaa sisältävästä metallisekoituksesta, jonka kuparipitoisuus suhtautuu tinapitoisuuteen niinkuin 11:4, voidaan lisäämällä yksistään tinaa saada sekoitus, jossa on 50 % sinkkiä ja 20 % tinaa. Kuinka suu-

ret määritet eri metalleja sisältää 300 gr. alkuperäistä sekoi-
tusta?

7. Piirrä terävä kulma v , jonka kosinin arvo on $\frac{3}{5}$,
sekä tämän jälkeen kulma $= 2v$, ja määrää, joko mittaa-
malla tai trigonometrysten laskujen avulla, viimeksimaini-
tun kulman sini ja kosini.

8. Monellako prosentilla rautakappaleen tilavuus li-
sääntyy, kun sen lämpö nousee 0°C :sta 50° :een?

Raudan pituuden-laajenemiskoeffisientti on $0,000012$.

Studentexamen hösten 1913.

1. Huru många meter i sekunden tillryggalägger ett
fartyg, som går med 10 knops fart?

Antalet knop angiver huru många bågminuter av en
storcirkel på jordklotet fartyget tillryggalägger i timmen.
Jordklotets radie antages $= 6367 \text{ km}$.

2. Konstruera en cirkel, som tangerar tvenne givna pa-
rallela räta linier och vars periferi går genom en given
punkt.

3. I en triangel ABC äro sidorna AB, BC och CA i ord-
ning 25, 52 och 63 mm långa. Beräkna utan trigonometrisk
kalkyl längden af höjdlinien mot sidan CA.

4. I pyramiden ABCD lägges genom hörnpunkten B
ett plan parallelt med kanten AD, så att det delar kanten
CD i förhållandet $m:n$. Beräkna förhållandet mellan voly-
merna av de två pyramider, i vilka den givna pyramiden
härigenom delas.

5. Visa att rötterna till ekvationen

$$3x^2 - 8x \sin 60^\circ + 3 = 0$$

hava värdena $\text{tg } 60^\circ$ och $\text{cot } 60^\circ$.

6. Ur en metallegering bestående av zink, koppar och
tenn, vars kopparhalt förhåller sig till tennhalten såsom
11:4, kan genom tillsats av endast tenn erhållas en legering
innehållande 50 % zink och 20 % tenn. Vilka kvantiteter

av de olika metallerna ingå i 300 gr av den givna legeringen?

7. Konstruera en spetsig vinkel v , vars cosinus har värdet $\frac{3}{5}$, samt härefter en vinkel $= 2v$, och bestäm, antingen genom mätning eller trigonometrisk räkning, den sistnämnda vinkelns sinus och cosinus.

8. Med huru många procent ökas volymen av ett stycke järn, då dess temperatur stiger från 0°C till 50° ?

Järnets lineära utvidgningskoefficient är $0,000012$.