

Ylioppilastutkinto keväällä 1910.

1. Todista, että puolisuunnikas on yhteellinen toisen puolisuunnikkaan kanssa, jos toisen yhdensuuntaiset sivut ovat yhtä suuret kuin toisen vastaavat sivut, ja toisen kaksi vastakkaista kulmaa on yhtä suurta kuin toisen vastaavat kulmat.

2. Tunnetaan ympyrä, piste A sen sisällä ja piste B kehällä. Määrää sen kehällä sellainen piste C , että kaaren BC :n asteluku tulee yhtä suureksi kuin kulman BAC :n asteluku.

3. Ympyränsegmenttiin, jossa jänteen pituus on a ja kaaren asteluku 90° , on piirretty neliö siten, että yksi sen sivuista lankeaa pitkin jännettä ja kaksi kärkipistettä segmentin kaarelle. Kuinka pitkä on neliön sivu?

4. Tasasivuisen kolmion kahden sivun kautta on asetettu tasoja kohtisuoraan kolmion tasoa vastaan, ja kolmannen sivun kautta on asetettu taso, joka tekee 45° kulman kolmion tasoa vastaan. Kolmion sivun pituus on 4 sm. Laske näiden kolmen tason ja kolmion tason rajoittaman kappaleen tilavuus.

5. Yhtäaikaa kuin eräs laiva lähtee paikasta A toiseen paikkaan B , lähtee toinen laiva B :stä A :han. Laivat sivuuttavat toisensa 3 t. 20 m. kuluttua, ja nopeampikulkuinen saapuu perille 1 t. 30 m. aikaisemmin kuin toinen. Kuinka nopeasti kumpikin laiva kulkee, kun tiedetään, että matka A :sta B :hen on 90 km.

6. Maanviljelijä möi maitonsa, jonka rasvapitoisuus oli 3,5 %, osaksi kermana, jossa oli 15,5 % rasvaa, osaksi kuorittuna maitona, jossa oli 0,5 % rasvaa. Kermasta sai hän 80 p. ja kuoritusta maidosta 3 p. kilolta. Paljonko tuli hän täten saamaan kilolta kuorimattomasta maidosta?

7. Määrää polynoomin

$$ax^2 + bx + c$$

kertoimet (koeffisientit) niin, että se saa arvon 0 kun $x = 1$, ja arvon 6 kun $x = 3$, sekä että niiden x :n arvojen tulo, jotka tekevät polynoomin 1:n arvoiseksi, on 1.

8. Todista että $a^5 - a$ on tasan jaollinen 5:llä, olkoon a mikä kokonainen luku hyvänsä.

9. Laske sen kolmion pinta-ala, jonka kärkipisteinä ovat kolmen peräkkäisen sivun keskipisteet säännöllisessä viisikulmiossa, jonka sivu on 10 sm.

10. Painot Atwoodin pudottimessa painavat toinen 2 ja toinen 3 kg. Kuinka pitkän matkan nämä painot liikkuvat ensimmäisellä sekunnilla sen jälkeen kuin ne on jätetty liikkumaan painovoiman varaan, jos kitkaa ei oteta huomioon ($g = 9,81$, metri ja sekunti yksikköinä).

Studentexamen våren 1910.

1. Bevisa att två trapezier äro kongruenta, om de två parallella sidorna i det ena trapeziet äro lika med hvar sin af de parallella sidorna i det andra och två mot hvarandra stående vinklar i det ena äro lika med motsvarande vinklar i det andra.

2. En cirkel, en punkt A inom densamma och en punkt B på dess periferi äro gifna. Bestäm på periferin en sådan punkt C , att gradtalet af bågen BC blir lika med gradtalet af vinkeln BAC .

3. I ett cirkelsegment, i hvilket kordans längd är a och bågens gradtal 90° , är en kvadrat inskrifven sålunda, att en sida i densamma faller utmed kordan och två hörnpunkter falla på segmentets båge. Beräkna kvadratens sida.

4. Genom två af sidorna i en liksidig triangel med sidan 4 cm. äro lagda plan vinkelrätt mot triangelns plan, och genom den tredje sidan är lagdt ett plan, som bildar 45° vinkel med triangelns plan. Beräkna volymen af den kropp som begränsas af dessa tre plan och triangelns plan.

5. Samtidigt som ett ångfartyg afgår från en ort A till en annan ort B , afgår ett annat ångfartyg från B till A . Fartygen mötas 3 t. 20 m. efter affärden, och det snabbare ankommer till destinationsorten 1 t. 30 m. före det andra. Huru stora äro fartygens hastigheter, då man vet, att afståndet mellan A och B är 90 km.

6. En landtbrukare afyttrade sin mjölk, hvars fetthalt var 3,5 %, dels i form af grädde af 15,5 % fetthalt, dels i form af skummad mjölk af 0,5 % fetthalt. För

grädden erhöill han 80 p. och för den skummade mjölken 3 p. per kilogram. Hvilket pris erhöill han härigenom per kilogram oskummad mjölk?

7. Bestäm koefficienterna i polynomet

$$ax^2 + bx + c$$

så att detsamma antar värdet 0 då $x = 1$ och värdet 6 då $x = 3$, samt att produkten af de värden på x , för hvilka polynomet antar värdet 1, blir lika med 1.

8. Bevisa att $a^5 - a$ kan jämnt divideras med 5, om a är hvilket helt tal som helst.

9. Beräkna yttinnehållet af den triangel, som har till hörnpunkter midtpunkterna af tre på hvarandra följande sidor i en reguljär femhörning med sidan 10 cm.

10. I ändarna af snöret till en Atwoods fallmaskin äro fästa vikter vägande den ena 2 och den andra 3 kg. Huru lång väg tillryggalägga dessa vikter under den första sekunden efter det de öfverlämnats att röra sig under inflytande af tyngdkraften, om friktionen icke tages i betraktande ($g = 9,81$ med meter och sekund som enheter).

Studentexamen hösten 1910.

1. Sök två hela tal, hvilkas största gemensamma divisor är 140 och minsta gemensamma dividend 9800. Angif alla lösningar till problemet.

2. I en triangel ABC , där vinkeln C är rät, halveras vinkeln A och genom denna vinkels spets drages en rät linje vinkelrät mot halfveringslinjen. Beräkna arean af den triangel, som dessa linjer bilda med sidan BC och dess förlängning, då man vet att AB är 20 cm. och AC 12 cm.

3. En vägg, mätande 20 m², skall beklädas med kokolit. Om härtill användas skifvor af en viss storlek åtgå 5 stycken flere sådana än om skifvor med 20 dm² större yta komma till användning. Beräkna ytan af det första slaget kokolitskifvor.

4. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = a^3 \\ x - by + b^2z = b^3 \\ x - cy + c^2z = c^3 \end{cases}$$

och bringa rötterna i enklaste möjliga form.

5. I en cirkel är inskrifven en likbent triangel ABC , och genom dennas spets A är dragen en rät linje, som skär cirkelperiferin i punkten D och förlängningen af triangelns bas i punkten E . Bevisa att sidan AB är medelproportional till sträckorna AD och AE .

6. Om en liksidig triangel roterar ett hvarf kring en i dess plan liggande rät linje, som går genom en af dess hörnpunkter men icke skär triangeln, så alstrar den

mot nämnda hörnpunkt stående sidan en yta, hvars ytinnehåll är lika med de sammanlagda ytinnehållen af de af triangelns öfriga sidor alstrade ytorna. Bevisa detta.

7. Genom en punkt i en cirkel, hvars afstånd från medelpunkten är $\frac{2}{3}$ af radien, drages en korda, hvars längd är $\frac{5}{3}$ af radien. Beräkna vinkeln mellan kordan och diametern genom den ifrågavarande punkten.

8. Ett föremål slungas lodrätt uppåt med en begynnelsehastighet af 20 m. i sekunden. Huru stor är dess hastighet, då det stigit 10 m.? ($g = 9,8$ med meter och sekund som enheter. Luftens motstånd beaktas icke).

Ylioppilastutkinto syksyllä 1910.

1. Etsi kaksi kokonaista lukua, joiden suurin yhteinen tekijä on 140 ja pienin yhteinen jaettava 9800. Määrittää kaikki tehtävän ratkaisut.

2. Kolmiossa ABC , jossa kulma C on suora, puolitetään kulma A ja saman kulman kärjen kautta piirretään kohtisuora puolittajaviivaa vastaan. Laske sen kolmion pinta-ala, jonka nämä viivat ja sivu BC sekä sen pidennys rajoittavat, kun tiedetään että AB on 20 sm. ja AC 12 sm.

3. Seinä, jonka pinta-ala on 20 m^2 , on päällystettävä kokoliitilla. Jos tähän käytetään määrätynsuuruisia levyjä, niin niitä tarvitaan 5 kappaletta enemmän kuin jos siihen käytetään levyjä, joiden pinta on 20 dm^2 suurempi. Kuinka suuri on ensin mainitun kokoliittilevytyyppien pinta?

4. Ratkaise yhtälöt

$$\begin{cases} x - ay + a^2 z = a^3 \\ x - by + b^2 z = b^3 \\ x - cy + c^2 z = c^3, \end{cases}$$

sekä saata juuret yksinkertaisimpaan muotoonsa.

5. Ympyrään on sisäänpiirretty tasakylkinen kolmio ABC , ja tämän kärjen A :n kautta on piirretty suora, joka leikkaa ympyrän kehän pisteessä D ja kolmion aseman (kannan) pidennyksen pisteessä E . Todista että sivu AB on janojen AD ja AE keskiverto (keskiproportionali).

6. Jos tasasivuinen kolmio pyörittää kerran sen tasassa olevan suoran ympäri, joka kulkee yhden kolmion kärjen kautta mutta ei leikkaa kolmiota, niin mainitun kärjen vastainen sivu muodostaa pinnan, jonka ala on yhtä

suuri kuin kolmion muiden sivujen muodostamien pintojen alat yhteensä. Todista tämä.

7. Ympyrässä olevan pisteen kautta, jonka etäisyys keskipisteestä on $\frac{2}{3}$ säteestä, on piirretty jänne, jonka pituus on $\frac{5}{3}$ säteestä. Laske jänneen ja mainitun pisteen kautta kulkevan halkasijan tekemän kulman suuruus.

8. Esine heitetään pystysuoraan ylöspäin 20 m. alkunopeudella sekunnissa. Kuinka suuri on sen nopeus, kun se on kohonnut 10 m.? ($g = 9,8$, metri ja sekunti yksiköinä. Ilman vastustusta ei oteta huomioon.)

$$\begin{cases} x - ay + a^2x = a^3 \\ x - by + b^2x = b^3 \\ x - cy + c^2x = c^3 \end{cases}$$