

1. Rakennustyössä tulivat ainekset 10 prosenttia kalliimmiksi ja muut kustannukset 15 pros. suuremmiksi kuin kustannusarvio osotti. Näin kallistui koko rakennus 13 prosentilla. Kuinka suureksi osaksi kaikista kustannuksista oli rakennusainesten kustannukset laskettu noussevan?

2. Kahden toisiaan ulkopuolitse sivuavan ympyrän keskipisteestä piirretään, samalle puolelle sentraalia, kaksi yhdensuuntaista sädettä, ja näiden päätepisteet yhdistetään sivuamispisteen kanssa. Todista että yhdistysviivat ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

3. Piirrä tunnettuun neliöön toinen neliö, jonka pinta-ala suhtautuu edellisen pinta-alaan kuin 2 : 3.

4. Säännöllinen kahdeksankulmio jaetaan kahteen osaan lävistäjällä, jonka toiselle puolelle jääpi kaksi ja toiselle puolelle neljä kärkipistettä. Mikä on osien pinta-alojen suhde?

5. Mikä on sentriikulma sellaisessa ympyränsektorissa, joka, verrattuna kaikkiin yhtäsuuri-piirisiin ympyränsektoreihin, on pinta-alaltaan suurin?

6. Pyramiidissa ABCD ovat kulmat BAC, CAD ja DAB suorita. Jos AB:n kautta asetetaan taso niin, että se puolittaa tasojen ABC:n ja ABD:n tekemän kulman, niin pyramidi jakaantuu kahteen osaan, jotka suhtautuvat toisiinsa niinkuin särmät AC ja AD. Todista tämä.

7. Ratkaise mahdollisimman yksinkertaisesti yhtälöryhmä

$$\begin{cases} b(x+y) - az = b^2 - a^2 \\ (a+b)(x-y) - (a-b)z = 0 \\ (a+b)z - (a-b)(x-y) = 4ab \end{cases}$$

8. Jos eräs kuparimäärä sulatetaan yhteen 60 gr:aan puhdasta hopeata, syntyy sellaista kuparipitoista hopeata, että jos vielä sama määrä kuparia sulatetaan yhteen 25 gr:aan näin saatua hopeata, siten syntyneessä sekoituksessa on saman verran kuparia ja hopeata. Mikä on kysymyksessä oleva kuparimäärä?

9. Puolisuunnikkaassa ne sivut, jotka eivät ole keskenään yhdensuuntaiset, ovat yhtä suuret, keskenään yhdensuuntaiset sivut suhtautuvat toisiinsa kuin 1 : 2, ja lävistäjät ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Kuinka suuret ovat puolisuunnikkaan kulmat?

10. Sylinterinmuotoisen homogenisen 2 kg painavan metallisauvan toinen pää on kiinnitetty vaakasuojaan alustaan siten, että sitä vapaasti voidaan kiertää kohtisuorassa tasossa. Toiseen päähän kiinnitetyllä rihmalla, joka jännittyy vaakasuojana edellä mainittuun kohtisuoratasoon, pidetään sauvaa sellaisessa asennossa, että se alustaa vastaan muodostaa 60 asteen suuruisen kulman. Kuinka suuri on rihman jännitys?

Ylioppilastutkinto syksyllä 1909.

1. Tavallinen boorivesi sisältää 2 % boorihappoa. Montako gr. boorihappoa on lisättävä 285 graan boorivettä, jotta saatu liuos sisältäisi 5 % boorihappoa?
2. Teräväkulmaiseen kolmioon ABC hen piirretään korkeusviivat AD ja BE , ja näiden leikkauspiste F yhdistetään suoralla viivalla pisteen C n kanssa. Todista, että kolmiot ABD ja CFD ovat yhdenmuotoiset (yhdenmuokaiset).
3. Tunnetaan ympyrä, piste sen sisäpuolella ja jana. Piirrä suunnikas, jossa toinen pari yhdensuuntaisia sivuja on tunnetun janan pituisia, ja jonka kärkipisteistä kolme sattuu ympyrän kehälle ja neljäs tunnettuun pisteeseen.
4. Ympyrä on piirretty niin, että se sivuaa yhtä neliön sivua ja kulkee kahden sen kärkipisteen kautta. Mikä on ympyrän halkaisijan ja neliön sivun suhde?
5. Mitä reaaliarvoja lauseke $x + \sqrt{3-2x}$ voi saada, kun x on reallinen?
6. Kolminumeroisessa luvussa numeroiden summa on yhtä suuri kuin se luku, jonka kaksi jälkimmäistä numeroa muodostaa, ja numeroiden neliöitten summa on 118. Mikä on luku?
7. Jos suoraa kartiota leikkaa taso, joka sisältää akselin, niin läpileikkaus on tasasivuinen kolmio, ja jos taso asetetaan akselin keskipisteen kautta kohtisuoraan sitä vastaan, niin läpileikkaus on ympyrä, jonka säde on 2 cm. Kuinka suuri on kartion tilavuus?
8. Erääseen huvitilaisuuteen myytiin 3:n ja 5:n markan pilettejä. Vaikka $\frac{1}{3}$ edellisistä ja $\frac{1}{2}$ jälkimmäisistä jäi myymättä, jäi puhtaaksi tuloksi 600 mk. Jos olisi saatu

kaikki piletit myydyksi, olisi puhdas tulo noussut 1400 mk:aan, ja jos kustannuksia olisi voitu supistaa $\frac{1}{5}$:lla ja kaikki piletit olisivat olleet markkaa kalliimmat, olisi voitto, edellyttäen että kaikki piletit olisivat tulleet myydyksi, vielä lisääntynyt 600 mk:lla. Kuinka suuret olivat kustannukset?

9. Ympyrään, jonka säde on 2 cm, on piirretty 3 cm pituinen jänne, ja sen toiseen päätepisteeseen on piirretty tangentti. Kuinka suuri on jänteen ja tangentin muodostama kulma?

10. Esine liukuu alas kaltevaa pintaa, jonka kaltevuuskulma on 45° . Kuinka suuri on sen nopeus 2 sek. sen jälkeen kun liike alkoi, jos otaksutaan että kitkakoeffisientti on 0,3 ja $g = 9,81$ (metri ja sekunti yksikköinä)?

Studentexamen hösten 1909.

1. Vanligt borvatten innehåller 2% borsyra. Huru många gram borsyra böra sättas till 235 gr borvatten för att den erhållna lösningen må innehålla 5% borsyra?

2. I en spetsvinklig triangel ABC uppritas höjdlinjerna AD och BE och dessas skärningspunkt F förenas medels en rät linje med punkten C . Bevisa att triangelarna ABD och CFD äro likformiga.

3. En cirkel, en punkt innanför denna och en sträcka äro gifna. Konstruera en parallelogram, hvars ena par motstående sidor äro lika med den gifna sträckan och af hvars hörnpunkter tre falla på cirkelperiferin och den fjärde i den gifna punkten.

4. En cirkel är konstruerad så, att den tangerar en sida i en kvadrat och går genom två af dess hörnpunkter. Beräkna förhållandet mellan cirkelns diameter och kvadratens sida.

5. Hvilka reella värden kan uttrycket $x + \sqrt{3 - 2x}$ antaga för reella värden på x ?

6. I ett tresiffrigt tal är siffersumman lika med det tal, som bildas af de två senare siffrorna, och summan af siffrornas kvadrater är 118. Hvilket är talet?

7. Om en rät kon skäres medels ett plan, som innehåller axeln, blir genomskärningen en liksidig triangel, och lägges ett plan vinkelrätt mot axeln genom dess mittpunkt, blir genomskärningen en cirkel med radien 2 cm. Huru stor är konens volym?

8. Till en nöjeställning såldes biljetter à 3 mk och 5 mk. Ehuru $\frac{1}{3}$ af de förra och $\frac{1}{2}$ af de senare

blefvo osålda, steg nettovinsten till 600 mk. Om alla biljetterna blifvit sålda, hade nettovinsten utgjort 1400 mk, och ifall omkostnaderna kunnat reduceras med $\frac{1}{5}$ och priset på alla biljetter varit 1 mk högre hade vinsten, förutsatt att alla biljetter blifvit sålda, ytterligare ökat med 600 mk. Huru stora voro omkostnaderna?

9. I en cirkel med radien 2 cm afsättes en korda af 3 cm längd, och i ena ändpunkten af densamma uppritas en tangent. Beräkna vinkeln mellan kordan och tangenten.

10. Ett föremål glider utför en plan yta med 45° lutning mot horisontalplanet. Huru stor är föremålets hastighet två sekunder efter det rörelsen begynt, om friktionskoefficienten antages vara 0,3 och $g = 9,81$ (med meter och sekund som enheter)?