

K. 1907

Matemaattiset tehtävät.

1. Täysikasvuisen ihmisen luurangon paino on $12\frac{5}{6}\%$ prosenttia koko ruumiin painosta. Luurangon kivennäisaineet painavat 5980 gr. Missä suhteessa on niiden paino luurangon muun osan painoon, kun koko ruumiin paino on 70 kg?

2. Piirrä kolmio, joka on yhdenmukainen tunnetun kolmion kanssa ja jonka pinta-ala suhtautuu sen pinta-alaan kuin 3:5.

3. On kaksi ympyrää, joista toinen on kokonaan toisen sisällä keskipisteiden olematta yhteiset. Suurempaan ympyrään on vedetty jänne niin, että se sivuaa pienempää ja samalla on yhdensuuntainen sen suoran viivan kanssa, joka kulkee ympyräin keskipisteiden kautta. Todista, että kehäin välisen tason pinta-ala on yhtäsuuri kuin ympyrän, jonka halkaisija on mainitun janteen pituinen.

4. Kun säännölliseen viisikulmioon piirretään sen viisi lävistäjää, syntyy sen sisään toinen säännöllinen viisikulmio. Mikä on molempien viisikulmioiden sivujen suhde?

5. Kartiota leikkaa aseman suuntainen taso niin, että korkeusviiva jakautuu kahteen yhtä suureen osaan. Missä suhteessa on näin saadun katkaistun kartion tilavuus koko kartion tilavuuteen?

6. Mikä arvo on a lla oleva, että ekvatsionin

$$x^2 + ax + 3a = 0$$

toinen juuri olisi kaksi kertaa niin suuri kuin toinen?

7. Testamenttia avattaessa huomataan, että 1485 markan summa on jaettava kahdelle palvelijalle niin, että kumpikin 50 vuotta täytettyään saa määrän, joka on suhteellinen siihen aikaan, jonka ovat palvelleet vainajaa. Toinen on 44 ja toinen 40 vuoden vanha, edellinen on palvellut vainajaa $10\frac{1}{2}$ ja jälkimäinen $7\frac{1}{2}$ vuotta. Mihin osiin on summa jaettava, kun lasketaan rahojen kasvavan *yksinkertaista* korkoa $4\frac{1}{2}$ prosentin mukaan?

8. Rautatiejuna on 72 kilometrin matkalla lumiasteiden vuoksi myöhästynyt 15 minuuttia. Sen nopeus on $1\frac{1}{2}$ tunnin ajan ollut 2 kilometriä ja lopun aikaa 8 kilometriä tavallistaan vähempi tunnissa. Missä ajassa suorittaa juna tavallisesti tämän matkan?

9. Ympyrän kehän pituus voidaan jotenkin oikein määrätä seuraavalla tavalla. Piirretään suorakulmainen kolmio, jonka toinen kateetti on $\frac{7}{8}$ toisesta, ja tehdään edellisen kateetin vastainen

kulma kaksi kertaa suuremmaksi. Kahdennetun kulman toinen kylki tehdään niin suureksi kuin $16\frac{1}{16}$ ympyrän halkaisijasta ja tämä kylki projisoidaan toiselle kyljelle. Kun saatuun projektsioniin lisätään kolme halkaisijan mittaa, saadaan jana, joka jotenkin tarkoin on ympyrän kehän mittainen. Laske mikä on janan pituus halkaisijaan verrattuna. (Lasku voidaan suorittaa sekä logaritmeja käyttämällä että ilman.)

10. Mihin lämpö määrään on joku määrä kuivaa ilmaa jäähdytettävä, että se 760 mm:n paineessa kutistuisi $\frac{3}{4}$:an sitä tilavuutta, mikä sillä on $+50^\circ$ Cels. lämpimässä ja 750 mm:n paineessa? Ilman laajenemiskoeffisientti on $\frac{1}{273}$.

(18, III, 1907.)

Ylioppilastutkinto syksyllä 1907.

Matemaattisia tehtäviä.

1. Määräsuuruinen kauppapuodin ikkuna voidaan tehdä joko yhdestä tai kolmesta keskenään yhtäsuuresta ruudusta. Edellisessä tapauksessa ottaisivat ikkunanpuitteet kuudennentoista osan, jälkimmäisessä tapauksessa kymmenennen osan koko ikkunaaukosta. Missä suhteessa ovat toisiinsa kustannukset kummassakin tapauksessa tarvittavasta lasista, jos otaksutaan, että lasiruudun hinta on suhteellinen sen pinta-alan kuutioon?

2. Piirrä kolmio, jonka pinta-ala on yhtäsuuri kuin toisen tunnetun kolmion pinta-ala ja jonka sivut suhteutuvat toisiinsa kuin 3:4:5.

3. Kaksi ympyrää leikkaa toisiansa pisteissä A ja B . Vedä halkaisija AC toiseen ja halkaisija AD toiseen ympyrään. Todista että pisteet B , C ja D ovat samassa suorassa viivassa.

4. Ympyrään on vedetty jänne. Laske sen pituus, jos säde on 12 sm, ja jos määrätystä jänteen pisteestä tiedetään että sen etäisyys ympyrän keskipisteestä on 8 sm ja sen etäisyys jänteen toisesta päätepisteestä 10 sm.

5. Lieriöllä on yhtäsuuri tilavuus ja yhtäsuuri vaippapinta kuin tunnetulla kartiolla. Määrää lieriön pohjasäde ja korkeus kartion pohjasäteessä ja korkeudessa.

6. Supista murtolauseke

$$\frac{48x^2 - 16\sqrt{30}x + 13}{48x^2 - 72x - 13}$$

7. Eräs henkilö tahtoi ostaa kahvia 100 markalla. Ostettaessa myönnettiin hänelle alennusta 5 % kahvin

hinnasta, joten hän sai 2 kg enemmän kahvia kuin hän muutoin olisi saanut, jotapaitsi hänelle vielä jäi 25 penniä mainitusta rahasummasta. Montako kiloa kahvia hän sai?

8. Eräässä seurassa päätettiin erinäiseen tarkoitukseen kerätä määrätty rahasumma siten, että jokainen läsnäollut antaisi yhtäpaljon. Keräystä alettaessa oli kuitenkin 8 henkilöä ehtinyt poistua. Jotta siitä huolimatta saataisiin kerätyksi ajateltu rahamäärä maksoi jokainen jäljelläolevista 50 penniä enemmän kuin alkujaan oli sovittu. Jokainen poistuneista 8 henkilöstä otti kuitenkin myöhemmin osaa keräykseen antamalla yhtäsuuren summan kuin jokainen kokouksessa maksaneista oli suorittanut, ja senlisäksi antoi vielä eräs syrjäinen henkilö 5 mk. Täten saatiin kokoon kaikkiansa tasan kaksikertaa niin suuri summa kuin alkujaan oli aiottu kerätä. Kuinka monta henkilöä oli alkujaan seurassa ja paljonko olisi jokaisen ollut maksettava?

9. Vuorenkukkulalle on pystytetty pystysuora, 7,5 m korkuinen tanko. Tähystysviivat erästä alempana olevasta pisteestä tangon kärkeen ja juureen muodostavat vaakasuoran tason kera 45° ja 40° kaltevuuskulmat. Korkeallako siitä vaakasuorasta tasosta, jolla piste on, on tangon juuri?

10. Lasinen pallo painaa 2 kg. Suuriko on sen pinta, kun tiedämme että lasin ominaispaino on 2,38?

V. 1908

Matematiska uppgifter.

1. Den 1 jan. 1908 förhöjdes ölbryggeriernas maltskatt från 1 mark till 4 mark pr 10 kg malt. Samtidigt höjde en del bryggerier ölpriset från 6 mark till 8 mark för en korg (= 16 liter) öl. Med huru många procent af det nu gällande högre ölpriset hafva dessa bryggerier ökat sin vinst på ölet, då man vet, att till beredande af 100 liter öl erfordras 26,5 kg malt?

2. En gifven cirkelkvadrant ABC är omskrifven med en cirkel så, att punkterna A, B, C ligga på dennas periferi. Konstruera en cirkel, hvars yta är lika med skillnaden mellan den nämnda cirkelns och cirkelkvadrantens ytor.

3. Bevisa följande sats:

Om i en triangel en rät linje drages midt igenom en af sidorna vinkelrätt mot denna, så kan den ej skära den motstående vinkelns halveringslinje innanför triangeln.

4. De gamla egypterna antogo, att cirkelns yta vore lika med ytan af den kvadrat, hvars sida är $\frac{8}{9}$ af cirkelns diameter. Huru stort vore förhållandet mellan periferin och diametern, om detta antagande vore riktigt?

5. I en sfär med radien 43,5 cm är en cylinder inskrifven, hvars höjd är 60 cm. Beräkna förhållandet mellan cylinderns och sfärens volymer.

6. Befria nämnaren i den brutna expressionen

$$\frac{\sqrt{a+b} + \sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a+b} - \sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

från rotuttryck.

7. En trädgårdsmästare förvarar i två lären tvänne olika mullblandningar. Lären n:o 1 är helt och hållet, men n:o 2 endast till hälften fylld. Han bereder en ny mullblandning genom att ur lären n:o 1 fylla n:o 2 fullständigt och, efter noggrann omröring, ur den senare lären åter fylla den förra helt och hållet. Den mullblandning han sålunda erhåller i lären n:o 1, består till $\frac{2}{7}$ af den mull, som ursprungligen fanns i denna lär. Huru mycket större är lären n:o 2 än lären n:o 1?

8. Om en viss penningesumma förräntas under 8 månader, ökas densamma till 9360 mk. Samma summa kan delas i två delar sålunda, att den ena under 6 månader växer till 3090 mk och den andra under 12 månader till 6360 mk. Huru stor är summan, om den årliga räntan i de olika fallen beräknas enligt samma procent, och hvilken är denna?

9. Huru lång är radien i en cirkel, om centrivinkeln $24^{\circ} 16'$ motsvaras af en 21 cm lång korda?

10. Huru många kg vattenånga af 100° temperatur böra kondenseras i 250 kg vatten för att höja vattnets temperatur från 13° till 37° , då man vet, att ångbildningsvärmets för vatten af 100° temperatur är 537 kalorier?

(III, 1908.)