

K. 905

*Matematisia tehtäviä.*

1. Kolme liikeapulaista saa palkkioksi 589 markkaa, jotka ovat jaettavat heidän kesken päinvastaisessa suhteessa heidän vuosipalkkoihinsa. Paljonko saa kukin, kun vuosipalkat ovat 2,000, 1,800 ja 1,500 markkaa?
2. Piirrä ympyrä, joka sivuaa kahta tunnettua ympyrää, toista tunnetussa pisteessä.
3. Kaksi suoraa viivaa sivuaa ympyrää pisteissä *A* ja *B*. Viivojen leikkauspisteen kautta vedetään mielivaltainen sekantti, joka leikkaa ympyrän pisteissä *C* ja *D*. Todista, että  $AC:AD = BC:BD$ .
4. Kuinka pitkä on kahden toistensa ulkopuolella olevan ympyrän keskipisteiden välinen jana, kun säteet ovat tunnetut ja kun ne kaksi ympyräin yhteistä sivuujaa, jotka leikkaavat toistensa mainitulla janalla olevassa pisteessä, muodostavat suoraa kulmia keskenänsä.
5. Tasakylkinen kolmio kiertää suoraa viivan ympäri, joka kulkee aseman toisen päätepis-

teen kautta ja on yhdensuuntainen korkeusviivan kanssa. Laske täten syntyneen kappaleen tilavuus, kun kolmion asema on 8 cm ja sen korkeus 10 cm.

6. Minkä arvon saa lauseke

$$\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$$

$x$ :n ollessa  $= \frac{2ab}{1+b^2}$  kun vain neliöjuurten positiiviset arvot otetaan lukuun?

7. Erään liikemiehen tuli myydä kahdelle kauppatuttavalleen,  $A$ :lle ja  $B$ :lle, vissit määrät erästä tavaraa.  $A$ :n kanssa sovittu myyntihinta antaa voiton, joka tekee 10 prosenttia ostohinnasta;  $B$ :n kanssa sovittu myyntihinta antaa taas voiton, joka tekee 10 prosenttia tästä myyntihinnasta. Kuitenkin muutetaan välipuhe siten, että se määrä, joka oli tuleva  $A$ :lle, vähenee 108 kg:lla, ja että  $B$ :lle tuleva määrä sen sijaan lisääntyy 108 kg:lla, jotavastoin sovittu hinnat pysyvät entisellään. Tämä tavaramyynti tuottaa liikemiehelle voiton, joka tekee 10,6 % siitä summasta, minkä hän itse on maksanut tavarasta, jotavastoin hän, alkuperäisen välipuheen mukaan, olisi saanut voiton, joka olisi tehnyt 10,5 % samaisesta summasta. Kuinka suuret ovat ne tavaramäärät, jotka  $A$  ja  $B$  saavat?

8. On nikkeloitava kuusikymmentä levyä, joista toiset ovat messinkisiä, toiset kuparisia. Tätä ennen painaa jokainen messinkilevy 2,6 kg ja jokainen kuparilevy 2,9 kg. Nikkelöimisen jälkeen painavat kaikki messinkilevyt yhteensä 54 kg ja kaikki kuparilevyt kaikkiaan 120 kg. Paljonko jokaisen levyn paino on lisääntynyt, jos edellytetään, että painonlisäys on sama kaikissa levyissä?

9. Kulman  $19^{\circ} 20'$  muodostavat keskenään tähytysviivat, mitkä kulkevat erään kuusen huippuun ja juurelle pisteestä, joka on 210 cm kuusen juuren kautta käyvän vaakasuora-tason yläpuolella. Kuinka korkea kuusi on, kun se seisoo kohtisuorana mainitulla vaakasuora-tasolla ja kun pisteen kohtisuora etäisyys kuusesta on 35,5 metriä?

10. Kaksi samaan pisteeseen sovitettua voimaa, kumpikin 120 kg:n suuruinen, antavat eräälle kappaleelle saman liikkeen, kuin yksinäinen 85 kg:n voima. Kuinka suuri on ensinmainittujen voimien välinen kulma?

(1905, III).

### Ylioppilastutkinto syksyllä 1905.

1. Erääseen säästöpankkiin pantiin kolme kertaa rahoja säästöön: ensi kerralla 120 mk, kaksi kuukautta sen jälkeen 280 mk ja taas kolmen kuukauden kuluttua 160 mk. Vuoden kuluttua ensimmäisen säästöönpanon jälkeen ovat nämä rahamäärät kasvaneet yhteensä 583 mk:n 45 p:n suuruisiksi summaksi. Minkä koron on ensimmäinen panos erikseen tuottanut?

2. Piirrä kaksi janaa, kun niiden erotus sekä keski-proportionali ovat tunnetut.

3. Jana  $AB$ , joka on jaettu jatkuvaisessa suhteessa, pidennetään janalla  $BC$ , joka on suuremman osan pituinen. Todista, että piste  $B$  jakaa koko janan  $AC$  jatkuvaisessa suhteessa.

4. Ympyrän kehän, jonka säde on 5 cm, jakaa 8 cm:n pituinen jänne kahteen kaareen. Laske sen jänteen pituus, joka vastaa puolta pienemmästä kaaresta.

5. Neliö, jonka sivu on 12 cm, siirtyy yhdensuuntaisesti itsensä kanssa siten, että jokainen kärkipiste liikkuu suoraa viivaa pitkin, jonka kalteuskulma neliön tasoa vastaan on  $30^\circ$ . Kuinka suuri on sen kappaleen tilavuus, jonka neliö synnyttää, kun jokainen kärkipiste suorittaa 25 cm:n pituisen matkan?

6. Murtolauseke

$$\frac{(x^2 + 2x - 15)(x^2 + 5x - 14)}{(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 2x - 35)}$$

on saatettava mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.

7. Laske sellaisen rautatiejunan pituus ja nopeus, joka sivuuttaakseen paikallaan seisovan henkilön tarvitsee

21 sekuntia ja kulkeakseen 378 metrin pituisen tunnelin läpi tarvitsee  $1\frac{1}{4}$  minuttia laskettuna siitä hetkestä jona veturi menee tunnelin suusta sisään siihen silmänräpäykseen, jona viimeinen vaunu lähtee sen toisesta päästä ulos.

8. Padottu lammikko voidaan täyttää vedellä kahden yht'aikaa avoinna olevan tulokanavan kautta 18 tunnissa. Yksistään toisen tulokanavan avulla se täyttyy 15 tuntia pitemmässä ajassa kuin yksistään toisen avulla. Kuinka pitkän ajan tarvitsee jälkimäinen tulokanava täytäkseen yksin lammikon?

9. Luotiviivaa vastaan  $59^{\circ} 10'$  kulman muodostavan katon harjalle on pystytetty pystysuora, 2,3 metrin koruinen lipputanko. Kuinka korkealla horisontin yläpuolella on aurinko siinä silmänräpäyksessä, jolloin lipputanگون varjo katolla muodostaa suoria kulmia harjan kanssa sekä on 6,7 metrin pituinen?

10. Kuinka suuri on ilmanpaine vaakasuoraa, ympärämuotoista laattaa vastaan, jonka halkaisija on 1,8 m, jos ilmapuntari näyttää 760 mm:iä? (Yhden kilon painoisen elohopeamäärän tilavuus on  $73,55 \text{ cm}^3$ .  $\text{Log } \pi = 0,49715$ .)