

Ylioppilastutkinto keväällä 1903.

1. Vuoden 1902 kuluessa kasvoi Turun väkiluku 3,2 %:lla ja Tampereen 2,9 %:lla. V. 1903 tammik. 1 p. oli Turun ja Tampereen asukaslukujen suhde 346 : 343. Kuinka suuri oli tämä suhde 1 p. tammik. 1902?

2. Suoran kulman kärkipiste on A , ja sen toisella kyljellä on piste B annettu. Etsi toisella kyljellä piste C , joka on niin sijoitettu, että kun sen kautta samaa kylkeä kohti piirretään kohtisuora CD , jolla on määrätty pituus, yhdistysviivat BC ja AD joutuvat leikkaamaan toisiansa kohtisuoraisesti.

3. Jos nelikulmiossa $ABCD$ sivut AB ja AD ovat yhtä suuret, mutta sivut BC ja CD keskenään erisuuret, sekä lävistäjä AC puolittaa kulman C , niin ovat vastakaiset kulmat nelikulmiossa supplementtikulmia. Todista tämä.

4. Ympyrässä, jonka säde on r , jakaa suora viiva, jonka etäisyys keskipisteestä on a , kehän kahteen kaareen. Lausu suureilla r ja a etäisyys keskipisteestä jänteeseen, joka vastaa jommankumman kaaren puoliskoa.

5. Palloa, jonka säde on r , jakaa taso sillä tavoin, että siten syntyneiden kahden pallonsegmentin kokonaispintaalat ovat toisiinsa samassa suhteessa kuin 7 on 15:een. Kuinka suuri on etäisyys pallon keskipisteestä tasoon?

6. Ratkaise ekvatsionit:

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ bx + ay + cz = d \\ cx + by + az = d, \end{cases}$$

kun a , b ja c ovat keskenään erisuuret.

7. Ratkaise seuraava indialaisen matematikon Bhas-kara Acharyan kahdennellatoista vuosisadalla asettama problemi:

»Järven vedenkalvolla ui parvi joutsenia. Kymme-nen kertaa neliöjuuri joutsenten luvusta kohoaa pakoon Manun laaksoa kohti, sillä he näkevät pilvien ryhmitty-vän kokoon taivaankannella. Kahdeksas osa parven luku-määrästä etsii suojaa rannalla olevien lumpeiden keskeltä, ja ainoastaan kolme paria joutsenia jää lähenevästä raju-ilmasta välittämättä paikoilleen. Sano minulle, nuori kaunistukkainen tyttö, kuinka monta joutsenta oli par-vessa«.

8. Kolme kokonaista lukua muodostaa geometrisen sarjan. Jos keskimäiseen lukuun lisätään 8, muodostuu sarja aritmetiseksi, ja jos samalla kolmanteen lukuun lisätään 64, saadaan jälleen geometrinen sarja. Mitkä ovat luvut?

9. Nelikulmiossa $ABCD$ ovat kulmat A ja C kum-pikin 90° , lävistäjä AC puolittaa kulman A ja muodostaa sivun CD kanssa kulman $21^\circ 50'$. Kuinka pitkät ovat sivut BC ja CD , kun mainitun lävistäjän pituus on 145 mm?

10. Kaksi pistettä on sijoitettuna samalla luotivii-valla, toinen 80 m toisen yläpuolella. Edellisestä pudotetaan kappale ilman alkunopeutta, ja jälkimäisestä viskataan samalla hetkellä kappale pystysuoraan ylös. Kuinka suuri on jälkimäisen alkunopeus oleva, jotta nämä kaksi kappaletta kohtaisivat toisensa juuri siinä silmänräpäyksessä, jolloin jälkimäinen saavuttaa suurim-man korkeutensa? Ilman vastus ja friksioni jätetään lukuun ottamatta. Painovoiman akseleratsionin oletetaan olevan $= 9,8$, jos metri ja sekunti ovat pituuden ja ajan yksikköinä.

Studentexamen våren 1903.

1. Under år 1902 tillväxte folkmängden i Åbo med 3,2 % och i Tammerfors med 2,9 %. Den 1 januari 1903 utgjorde förhållandet mellan invånareantalet i Åbo och Tammerfors 346:343. Huru stort var detta förhållande den 1 jan. 1902?

2. På det ena benet af en rät vinkel, hvars spets är A , är en punkt B gifven. Uppsök på det andra be-net en punkt C , så belägen, att då i den mot samma ben reses en perpendicular CD af gifven längd, samman-bindningslinjerna BC och AD komma att skära hvar-andra under räta vinklar.

3. Om i en fyrhörning $ABCD$ sidorna AB och AD äro lika stora, men sidorna BC och CD sig emellan olika, samt diagonalen AC halfverar vinkeln C , så äro de mot-stående vinklarna i fyrhörningen supplementvinklar. Be-visa detta.

4. I en cirkel med radien r delar en rät linje, hvars afstånd från medelpunkten är a , periferin i två bågar. Uttryck i r och a afståndet från medelpunkten till kor-dan för hälften af endera bågen.

5. En sfer med radien r är medels ett plan delad så, att de två sferiska segmentens totala ytinnehåll för-hålla sig till hvarandra som 7 till 15. Huru stort är af-ståndet från sferens medelpunkt till planet?

6. Lös ekvationerna:

$$\begin{cases} ax + by + cz = d \\ bx + ay + cz = d \\ cx + by + az = d \end{cases}$$

då a , b och c äro sig emellan olika.

7. Lös följande af den indiske matematikern Bhaskara Acharya i tolfte århundradet uppställda problem.

»Tio gånger kvadratroten ur antalet svanar i en flock, som simmar på insjöns vattenspegel, höja sig i flykt mot Manus dal, emedan de se molnen samman-skocka sig på himlen. Åttendedelen af antalet i flocken söker skydd bland näckrosorna vid stranden, och endast tre par svanar stanna kvar, obekymrade om det annalkande ovädet. Säg mig, unga skönlockiga flicka, huru många svanar funnos i flocken».

8. Tre hela tal bilda en geometrisk progression. Ökas det mellersta talet med 8, blir progressionen aritmetisk, och ökas därjämte det tredje talet med 64, erhålles åter en geometrisk progression. Hvilka äro talen?

9. I en fyrhörning $ABCD$ äro vinklarna A och C hvardera 90° , diagonalen AC halfverar vinkeln A och bildar med sidan CD vinkeln $21^\circ 50'$. Huru långa äro sidorna BC och CD , då nämnda diagonals längd är 145 mm?

10. Två punkter äro belägna på samma lodlinje, den ena 80 m öfver den andra. Ifrån den förra fälles en kropp utan begynnelsehastighet, och från den senare kastas i samma ögonblick en kropp lodrätt uppåt med en viss begynnelsehastighet. Huru stor bör denna vara för att de två kropparna skola mötas just i det moment, då den senare kroppen når sin största höjd? Härvid beaktas icke luftens motstånd och friktion. Tyngdkraftens acceleration antages $= 9,8$, med metern och sekunden såsom enheter för längd och tid.

$$\begin{cases} a + b + c = 10 \\ b + c + d = 10 \\ c + d + e = 10 \end{cases}$$

11. a och b äro två olika

Ylioppilastutkinto syksyllä 1903.

1. Piiritetyssä linnoituksessa, jossa on 990 miestä varusväkeä, on muonavarjoja 29 päiväksi. 8 päivän kulluttua kaatuu eräässä rynnäkössä 45 miestä ja vielä 8:n päivän perästä vähennetään päivämuonat seitsemään kahdeksasosaan niiden alkuperäisestä määrästä. Kuinka monta päivää saattavat muonavarat silloin vielä riittää?

2. Kaksi ympyrää leikkaa toisiaan. Piirrä toisesta leikkauspisteestä suora viiva niin, että ne osat tätä viivaa, jotka ovat jänteinä ympyröissä, ovat toisiinsa samassa suhteessa kuin ympyräin säteet.

3. Jos mielivaltaisesti valitusta pisteestä tasasivuisessa kolmiossa piirretään kohtisuorat kaikille kolmion sivuille, niin näiden kolmen kohtisuoran summa on yhtä suuri kuin kolmion korkeus. Todista tämä.

4. Ympyrän ympäri on piirretty tasasivuinen kolmio ja saman ympyrän sisään neliö. Missä suhteessa ovat kolmion sivu ja neliön sivu toisiinsa?

5. Eräs tasapintainen kuvio, jota rajoittamassa on neliön kolme sivua sekä puoliympyrä, joka on piirretty sisään neliöön niin, että neliön neljäs sivu on sen halkasijana, pyörii mainitun neljännen sivun ympäri siten että tämä neljäs sivu on akselina. Mikä tilavuus on sillä kappaleella, joka siten syntyy, kun neliön sivu on määrätty?

6. Ratkaise ekvatsionit:

$$\begin{cases} 2(2x - 3y) - 3(3x - 8z) = 3 \\ 3(2x - 3y) - 8(8y - 7z) = 1 \\ 8(3x - 8z) - 7(8y - 7z) = 1 \end{cases}$$

7. Eräs 12000 markan suuruinen pääoma on lainatuna kahdessa erässä, joista toinen antaa 360 markkaa ja toinen 190 markkaa vuotuista korkoa. Edellinen korko luetaan korkeamman prosenttin mukaan kuin jälkimäinen, ja eroitus prosenttien välillä on $\frac{1}{4}$. Mitkä ovat prosentit?

8. Rautatiejuna kulkee A:sta B:hen 30 km:n nopeudella tunnissa ja B:stä C:hen 45 km:n nopeudella tunnissa. Päinvastaiseen suuntaan matkustettaessa on junalla matkalla CB 24 km:n ja matkalla BA 36 km:n nopeus tunnissa. A:sta C:hen juna kulkee 26 minuutissa ja C:stä A:han 30 minuutissa, kun ei B:hen pysähdytä. Kuinka suuret ovat välimatkat AB ja BC?

9. Vinoneliössä on jokainen sivu 16 cm ja yksi kulmista $79^{\circ} 20'$. Kuinka pitkät ovat lävistäjät?

10. Onteva rautapallo, jonka ulkosäde on 154 mm, kelluu vedessä, jolloin puoli siitä on vedenpinnan yläpuolella. Kuinka suuri on pallon sisäsäde, kun raudan ominaispaino on 7,7?

Studentexamen hösten 1903.

1. I en belägrad fästning med 990 mans garnison finnes proviant för 29 dagar. Efter 8 dagars förlopp stupa vid ett utfall 45 man och efter ytterligare 8 dagar minskas dagsransonerna till sju åttendedelar af deras ursprungliga storlek. Huru många dagar kan provianten ännu förslå?

2. Två cirklar skära hvarandra. Drag genom den ena skärningspunkten en rät linje så, att de delar däraf, som äro kordor i cirklarna, förhålla sig till hvarandra som dessas radier.

3. Summan af de tre afstånden från en godtycklig punkt inom en liksidig triangel till dennas sidor är lika med triangelns höjd. Bevisa detta.

4. Omkring en cirkel är en liksidig triangel omskrifven och i samma cirkel en kvadrat inskrifven. I hvilket förhållande står en sida i triangeln och en sida i kvadraten till hvarandra?

5. En plan figur, som begränsas af tre af sidorna i en kvadrat och en på den fjärde sidan som diameter inåt kvadraten uppritad halfcirkel, roterar omkring nämnda fjärde sida såsom axel. Hvilken volym har den kropp, som härvid alstras, då kvadratens sida är gifven?

6. Lös ekvationerna:

$$\begin{cases} 2(2x - 3y) - 3(3x - 8z) = 3 \\ 3(2x - 3y) - 3(8y - 7z) = 1 \\ 8(3x - 8z) - 7(8y - 7z) = 1. \end{cases}$$

7. Ett kapital af 12000 mark är utlånadt i två poster, af hvilka den ena afkastar 360 och den andra 190 mark i årlig ränta. Den förra räntan beräknas efter en lägre procent än den senare, och skillnaden mellan procenterna är $\frac{1}{4}$. Hvilka äro procenterna?

8. Ett järnvägståg går från A till B med en hastighet af 30 km i timmen och från B till C med en hastighet af 45 km i timmen. I den motsatta riktingen har tåget på sträckan CB hastigheten 24 km och på sträckan BA 36 km i timmen. Från A till C går tåget på 26 minuter och från C till A på 30 minuter, då intet uppehåll göres i B . Huru långa äro sträckorna AB och BC ?

9. I en romb är hvarje sida 16 cm och en af vinklarna $79^{\circ}20'$. Huru långa äro diagonalerna?

10. Ett ihåligt klot af järn, hvars yttre radie är 154 mm, flyter på vatten, hvarvid hälften däraf befinner sig ofvan vattenytan. Huru stor är dess inre radie, då järnets specifika vikt är 7,7?

4. Omkring en cirkel är en liksidig triangel omskrifven och i samma cirkel en kvadrat inskrifven. I hvilket förhållande står en sida i triangeln och en sida i kvadraten till hvarandra?

5. En plan figur, som begränsas af tre af sidorna i en kvadrat och en på den fjärde sidan som diameter inskrifven kvadrat upprättad halfcirkel, roterar omkring nämnda fjärde sida såsom axel. Hvilken volym har den kropp, som härvid skapas, då kvadratens sida är given?

6. Lös ekvationerna:

$$\begin{cases} 2(3x - 3y) - 3(3x - 8z) = 3 \\ 3(3x - 3y) - 3(8y - 7z) = 1 \\ 8(3x - 8z) - 7(8y - 7z) = 1 \end{cases}$$