

Ylioppilastutkinto keväällä 1901.

Matemaattisia suoritettavia.

1. Sylinterinmuotoinen astia, jonka sisäpuolinen halkaisija on 125 cm, täytetään vesijohtohanasta 1 tunnissa ja 15 minuutissa. Kuinka pitkässä ajassa täytetään samasta vesijohtohanasta kaksi kertaa korkeampi sylinterinmuotoinen astia, jonka sisäpuolinen halkaisija on 75 cm?

2. Kolmion kärkipisteistä A, B, C vedetään sisäänpiirretyn ympyrän keskipisteen kautta viivat, jotka leikkaavat vastassa olevia kolmion sivuja pisteissä A¹, B¹, C¹. Todista että $AC^1 \times BA^1 \times CB^1 = A^1C \times B^1A \times C^1B$.

3. Tunnetun ympyrän sivuujalla olevasta tunnetusta pisteestä on vedettävä ympyrän leikkaaja siten, että se leikkaajan osa, joka on ympyrän sisäpuolella, suhtautuu tunnetun pisteen ja sivuamispisteen väliseen etäisyyteen niinkuin 3 suhtautuu 2:een.

4. Kaksi yhtä suurta ympyrää, joiden säde on 10 cm, liikkuvat samassa tasossa siten, että niiden keskipisteet siirtyvät suoran kulman eri kylkiä pitkin kulman kärkipistettä kohden, toinen 2 cm:n, toinen 4 cm:n nopeudella sekunnissa. Määrätyllä hetkellä on edellinen keskipiste 30:n, jälkimäinen 40:n cm:n etäisyydellä suoran kulman kärkipisteestä. Kuinka monta sekuntia myöhemmin ympyrät sivuavat toisiansa ulkopuolisesti.

5. Erään testamentin määräyksen mukaan on 56900 mk jaettava kahden eri paikkakunnalla asuvan henkilön kesken siten, että kumpaisellekin, sittenkuin perintövero on maksettu, jää yhtä paljon. Kuinka suuri on kum-

paisenkin alkuperäinen osuus, kun perintövero toisella paikkakunnalla lasketaan $2\frac{1}{2}$:n, toisella taas 6:n mk:n mukaan tuhannelta.

6. Ratkaise ekvatsionit

$$\begin{cases} \frac{x}{a-b} + \frac{y}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \\ \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = 1. \end{cases}$$

7. Eräessä seurassa oli hyväntekeväistä tarkoitusta varten koottu 56 mk siten, että kukin läsnäoleva maksoi yhtä paljon. Koska seuraan myöhemmin saapui 10 henkilöä, jotka myös kukin suorittivat saman maksun kuin edelliset, niin päätettiin, jotta loppusumma saataisiin koHoamaan 100 mk:ksi, että jokainen vielä maksaisi 60 penniä. Kuinka suuri oli itsekunkin alkuperäinen maksu?

8. Pallon, jonka säde on 5,5 cm, on sisäänpiirretty suora kartio, jonka korkeus on 8,8 cm. Miten pallon ja kartion tilavuudet suhtautuvat toisiinsa?

9. Kuinka suuri on Helsingin ja maan-akselin välinen kohtisuora etäisyys, jos pidetään maapalloa todellisenä pallona, jonka säde on 6370 km, ja kun tiedetään, että Helsingin leveysaste on $60^\circ 9' 40''$?

10. Todista, että säännöllisessä pyramiidissa, jossa sivutasoja on useampia kuin kolme, sivutason ja aseman välinen kalteuskulma aina on pienempi kuin sivutasona olevan kolmion asemakulma.

11. Kuinka kaukana täytyy loistavan pisteen olla koverosta, pallon pintaosan muotoisesta peilistä, jonka säde on 42 cm, jotta loistavan pisteen kuva olisi 40 cm peiliä lähempänä?

Studentexamen våren 1901.

Matematiska uppgifter.

1. Ett cylindriskt kärl, hvars inre basdiameter är 125 cm, fylles ifrån en vattenpost på 1 timme 15 min. På huru lång tid fylles från samma vattenpost ett dubbelt så högt cylindriskt kärl, hvars inre basdiameter är 75 cm?

2. Hörnpunkterna A, B, C i en triangel sammanbindas med den inskrifna cirkelns medelpunkt och sammanbindningslinierna utdragas tills de råka de motstående sidorna i punkterna A^1 , B^1 , C^1 . Bevisa att $AC^1 \times BA^1 \times CB^1 = A^1C \times B^1A \times C^1B$.

3. Genom en gifven punkt på en tangent till en gifven cirkel skall en sekant till denna dragas så, att den del där af, som ligger innanför cirkeln, förhåller sig till afståndet mellan den gifna punkten och tangeringspunkten som 3 till 2.

4. Två lika stora cirklar med radien 10 cm röra sig i samma plan sålunda, att deras medelpunkter förflytta sig utmed hvar sitt af en rät vinkels ben i riktning mot vinkelspetsen, den ena med 2 centimeters och den andra med 4 centimeters hastighet i sekunden. Vid en viss tidpunkt befinner sig den förra medelpunkten på 30 och den senare på 40 centimeters afstånd från den räta vinkelns spets. Huru många sekunder senare tangera cirkelarna hvarandra utvändigt?

5. I ett testamente bestämmes, att en summa af 56900 mark skall så fördelas mellan två på olika orter bosatta personer, att de efter afdrag af arfsskatten hafva

samma behållning. Huru stora blifva de två delarna, då arfsskatten på den ena orten beräknas efter $2\frac{1}{2}$ och på den andra efter 6 per tusen?

6. Lös eqvationerna

$$\begin{cases} \frac{x}{a-b} + \frac{y}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} \\ \frac{x}{a+b} + \frac{y}{a-b} = 1. \end{cases}$$

7. I ett sällskap hade för ett välgörande ändamål insamlats 56 mark medels lika bidrag af samtliga närvarande. Då senare 10 personer tillkommit och äfven enhvar af dem lemnat detta bidrag, beslöts för att öka summan till 100 mark, att hvar och en skulle ytterligare erlägga 60 penni. Huru stort var det ursprungliga bidraget?

8. I en sfer med radien 5,5 cm är inskrifven en rättstående kon, hvars höjd är 8,8 cm. I hvilket förhållande står dess volym till sferens?

9. Huru stort är vinkelräta afståndet från Helsingfors till jordaxeln, då jorden betraktas som en sfer med radien 6370 km och Helsingfors breddgrad är $60^{\circ} 9' 40''$?

10. Bevisa att i en regulier pyramid med flera än tre sidoplan lutningsvinkeln mellan ett sidoplan och basplanet alltid är mindre än basvinkeln i en af de trianglar, som utgöra sidoplanen.

11. På hvilket afstånd från en konkav sferisk spegel, hvars radie är 42 cm, bör en lysande punkt vara belägen, för att dess bild skall ligga 40 cm närmare spegeln?

Ylioppilastutkinto syksyllä 1901.

Matemaattisia suoritettavia.

1. Kaksi puu-pulikkaa, jotka muodoltaan ovat suoraa kartioita, painaa yhtä paljon. Toisen, koivusta tehdyn korkeus on 25 cm ja asemasäde 7 cm. Kuinka pitkä on toisen, kuusesta tehdyn kartion asemasäde, kun sen korkeus on 4 cm ja kun tiedetään, että kuutiodesimetri koivupuuta painaa 640 grammaa, mutta kuutiodesimetri kuusipuuta 490 grammaa?

2. Muuta kolmio toiseksi kolmioksi siten, että yksi sivu tulee määrätynpituiseksi ja sen vastassa-oleva kulma määrätynsuuruiseksi.

3. Jokaisessa kolmiossa on kahden sivun neliöiden summa yhtäsuuri kuin kolmannen sivun puoliskon neliön sekä tämän sivun jakopisteen ja vastassa-olevan kärkipisteen välisen etäisyyden neliön kaksinkertainen summa. Todista tämä.

4. Puolisuunnikkaassa, jonka erisuuntaiset sivut ovat yhtäsuuret, on korkeus 60 cm ja yhdensuuntaisten sivujen eroitus 50 cm, jonka ohessa lävistäjä on yhtäsuuri kuin pitempi näistä. Laske lävistäjän pituus.

5. Kaksi pääomaa, toinen kahta vertaa suurempi kuin toinen, annettiin lainaksi yht'aikaa 5 prosentin vuotuista yksinkertaista korkoa vastaan. Jonkun ajan kuluttua korotettiin pienemmän lainasumman korko 6 prosentiksi ja vuotta myöhemmin suuremman lainasumman korko $5\frac{1}{2}$ prosentiksi. Seitsemän vuotta lainaksi-antopäivän jälkeen on pienempi lainasumma tuottanut korkoa yhteensä 3900 mk ja suurempi 7300 mk. Kuinka suuria lainasumat olivat, ja kauanko alkuperäinen korko pysytettiin muuttumattomana?

6. Ratkaise ekvatsionit

$$ax - by - (a - b)z = \frac{a^4 - b^4}{a + b}$$

$$bx + ay - (a + b)z = 0$$

$$(a + b)x - (a - b)y - (a - b)z = a^3 + b^3.$$

7. Polkupyöräradalla eräs polkupyöräilijä ajaa yhden kierroksen 6 sekuntia lyhyemmässä ajassa kuin toinen, jonka tähden hän joka kolmas minuutti ajaa toisen ohitse, molempien ajaessa samaan suuntaan. Kuinka pitkän ajan hän tarvitsee yhteen kierrokseen?

8. Kaksi palloa, joiden säteet ovat yhtäsuuret, leikkaa toinen toistansa siten, että toisen pinta kulkee toisen keskipisteen kautta. Kuinka suuri osa toisen pallon pintaa joutuu toisen pallon sisäpuolelle?

9. Ympyrään, jonka säde on 20,3 cm, on sisäänpiirretty säännöllinen 25-kulmio. Kuinka suuri sen sivu on?

10. Minkä painoinen täytyy korkkilevyn vähintään olla, jos sen tulee estää 56 kilogramman painoisen henkilön veteen uppoamasta? Korkin ominaispaino on 0,28, henkilön 1,12 ja veden 1.