

Ylioppilastutkinto keväällä 1899.

Matemaattisia suoritettavia.

1) Suoran metallisylinterin toisen aseman hopeoimiseksi tarvitaan 12,4 grammaa hopeaa, jos hopeakerros tehdään 0,04 mm:n paksuiseksi. Paljonko hopeaa tarvitaan saman sylinterin koko pinnan hopeoimiseksi 0,03 mm:n paksuisella hopeakerroksella, kun tiedämme, että sylinterin korkeus on 40 cm ja aseman halkaisija 20 cm?

2) Ympyrä sivuaa toista ympyrää sisäpuolelta. Todista että pienemmän ympyrän kehä jakaa kaikki sivuamispisteestä vedetyt suuremman ympyrän jänteet samassa suhteessa.

3) Tunnetulle ympyränkehälle on, edeltäpäin määräämättä sen keskipistettä, vedettävä tangentti tunnetusta, kehän ulkopuolella olevasta pisteestä.

4) Tunnetaan tylsäkulmainen kolmio ABC , jossa A on tylsän kulman kärki. B :stä vedetty suora viiva muodostaa sivun AB :n kanssa kulman, joka on yhtäsuuri kuin kulma ABC , sekä leikkaa sivun AC :n jatkon pisteessä D . Määrää BD :n pituus.

5) Kolme avonaista sylinterinmuotoista astiaa, joiden halkaisijat ovat 3, 4 ja 5 cm, painaa, vedellä täytettynä, yhteensä 1050 grammaa. Jonkun ajan kuluttua ne punnitaan uudelleen, jolloin niiden yhteenlaskettu paino huomataan 900 grammaksi. Montako grammaa vettä on haihtunut kustakin astiasta, kun tiedämme, että haihtumismäärät ja nestepinnat ovat keskenänsä verrannolliset.

6) Mistä syystä on mahdollista löytää maksimi- ja minimi-arvoja toisen asteen ekvatsionin avulla?

7) Ratkaise ekvatsionit:

$$\begin{cases} x^{4/3} - 15y^{-4/3} = 81 \\ xy = 8. \end{cases}$$

8) Määrää ekvatsionin

$$x^4 + x^2 \sin v \cdot \operatorname{tg} v - 1 = 0$$

realiset juuret niissä eri tapauksissa, jotka voivat tulla kysymykseen, kun v on eri kvadranteissa.

9) Suorakulmainen kolmio, jonka hypotenuusa on 2,1 cm ja yksi kulma $20^\circ 30'$ kääntyy pitemmän kateetin suuntaan ympäri. Laske täten muodostuneen kartion tilavuus.

10) Platinakappale ja valurautakappale painavat kumpainenkin 1 kgr ilmattomassa tilassa. Kuinka suuri on niiden näennäisen painon ero ilmassa, jonka ominaispaino on 0,00129, jos platinan ominaispaino on 21,5 ja valuraudan 7,5?

11) Suoraa prismaa, jonka asema on tasasivuinen kolmio, leikkaa taso, joka on kohtisuora yhtä prisman sivutasoa vastaan. Sivutasojen läpileikkaus muodostaa suorakulmaisen kolmion. Kuinka suuri on leikkaavan tason kalteuskulma prisman asemaa vastaan?

Studentexamen hösten 1899.

Matematiska uppgifter.

1. Vid ett järnvägsarbete erfordras till en banvall enligt beräkning 38 sandtåg, hvar och ett bestående af 30 sandvagnar af viss storlek. Sedan 11 sådana tåg forslat sand till platsen, förändras transporten sålunda, att i hvarje tåg 12 vagnar ersättas med lika många af annan storlek, rymmande en femtedel mera sand, än de förra. Huru många tåg af detta slag böra expedieras till platsen?

2. Då en cirkel tangeras af en annan invändigt, delar den senares periferi alla från tangeringspunkten utgående kordor till den större cirkeln i samma förhållande. Konstruera med tillämpning af denna sats en regulier tiohörning, hvars sida är gifven.

3. Om man i en rätvinklig triangel på hypotenusan eller dess förlängning tager en punkt P , hvars afstånd från den räta vinkelns spets A är lika med den ena kateten, och från den andra katetens halfveringspunkt faller en perpendikel mot sträckan PA , så blir denna sträcka skuren i två delar, hvilka förhålla sig till hvarandra som kateternas kvadrater. Bevisa detta.

4. Huru stor är radien i en cirkel, hvars medelpunkt ligger på afståndet 13 cm från en gifven punkt A och hvars periferi skär en genom A dragen rät linie på afstånden 6 cm och 24 cm från nämnda punkt?

5. Två bicyklister åka i motsatt riktning på en cirkelformig bana, utgående samtidigt från samma punkt, och mötas första gången efter 40 sekunder. Den ene behöfver 1 minut 12 sekunder mindre tid än den andre för att genomlöpa banan 4 gånger. På huru lång tid

gör hvardera ett hvarf, om rörelsen betraktas som likformig?

6. Bevisa att mantelytan af en stympad kon alltid är större än skillnaden mellan basernas ytinnehåll.

7. Lös eqvationen

$$2 - 6 \sin^2 x - 5 \cos x = 0$$

i afseende å vinkeln x .

8. Enligt hvilken procent skall ett kapital växa med ränta på ränta för att fördubblas efter 17 år?

9. I en triangel förhålla sig sidorna till hvarandra som 29:420:421. Beräkna vinklarna.

10. En i lufttomt rum fallande kropps hastighet är vid första sekundens slut 9,818 meter i sekunden. Efter huru lång tid är dess hastighet 200 meter i sekunden, och huru lång väg har kroppen under hela denna tid fallit?

Ylioppilastutkinto syksyllä 1899.

Matemaattisia suoritettavia.

1. Eräässä rautatietyössä tarvitaan ratavalliin arvion mukaan 38 santajunaa, joissa kussakin on 30 santavau-
nua määrättyä kokoa. Sittenkuin 11:ssä tällaisessa ju-
nassa on kuljetettu työpaikalle santaa, muutetaan kulje-
tustapa siten, että joka junassa 12 vaunua vaihdetaan
yhtä moneen muunkokoiseen vaunuun, joihin mahtuu $\frac{1}{5}$
osa enemmän santaa kuin entisiin. Kuinka monta junaa
jälkimmäistä lajia on kuljetettava työpaikalle?

2. Kun ympyrä sivuaa toista ympyrää sisäpuolelta,
niin edellisen kehä jakaa kaikki sivuamispisteestä läh-
tevät suuremman ympyrän jänteet samassa suhteessa.
Muodosta, sovelluttamalla tätä väittämää, säännöllinen
kymmenkulmio, jonka sivu on tunnettu.

3. Jos suorakulmaisessa kolmiossa hypotenuusalla
tai sen pitennyksellä määrätään piste P , jonka etäisyys
suoran kulman kärjestä, A :sta, on yhtä suuri kuin toinen
kateetti, ja jos toisen kateetin kahtiajakopisteestä vede-
tään kohtisuora janalle PA , niin kohtisuora leikkaa tämän
janan kahteen osaan, jotka suhteutuvat toisiinsa niinkuin
kateettien neliöt. Todista tämä.

4. Kuinka suuri on sellaisen ympyrän säde, jonka
keskipiste on 13:n cm:n etäisyydellä määrätystä pisteestä,
 A :sta, ja jonka kehä leikkaa A :n kautta vedettyä suoraa
viivaa 6:n ja 24:n cm:n etäisyydellä mainitusta pisteestä?

5. Kaksi polkupyöräilijää ajaa vastakkaiseen suun-
taan ympyränmuotoisella radalla. He lähtivät yhtäikaa
samasta pisteestä ja kohtaavat toisensa ensi kerran 40
sekunnin kuluttua. Toinen tarvitsee 1 min. ja 12 sek.
vähemmän aikaa kuin toinen ajaakseen radan ympäri 4

kertaa. Kuinka pitkässä ajassa suorittaa kumpainenkin yhden kierroksen, jos ajonopeus koko ajan on yhtä suuri?

6. Todista, että katkaistun kartion sivupinta aina on isompi kuin asemain pinta-alojen erotus.

7. Ratkaise yhtälö

$$2 - 6 \sin^2 x - 5 \cos x = 0$$

x -kulman suhteen.

8. Minkä prosentin mukaan tulee pääoman kasvaa korkoa korolle, tullakseen 17 vuoden kuluttua toista vertaa suuremmaksi.

9. Kolmiossa suhteutuvat sivut toisiinsa niinkuin 29 : 420 : 421. Määrää kulmat.

10. Ilmattomassa tilassa putoavan kappaleen nopeus on ensi sekunnin lopussa 9,818 metriä sekunnissa. Kuinka pitkän ajan kuluttua sen nopeus on 200 metriä sekunnissa ja kuinka pitkän matkan on kappale koko tämän ajan kuluessa pudonnut?