

Ylioppilastutkinto keväällä 1894.

Matematisia suoritettavia.

1. Eräisen tehtaasen ostettiin kerran vuoden tarpeeksi öljyä 247 markalla 50 pennillä, mutta kaikkea ei tarvittu käyttäen vuoden kuluessa. Seuraavana vuonna ostettiin 245 markalla öljyä, joka määrä viimevuotisen jäännöksen kanssa juuri riitti täksi vuodeksi. Edellisenä vuonna oli lamppujen luku 50 ja öljyn hinta 2 markkaa 25 penniä 10 litralta. Jälkimäisenä vuonna oli lamppujen luku 72 ja öljyn hinta 2 markkaa 50 penniä 10 litralta. Jokainen jälkimäisen vuoden lamputa kulutti ainoastaan $\frac{3}{4}$ siitä öljymäärästä, jonka jokainen edellisen vuoden lamputa kulutti. Kuinka paljon öljyä kulutti yksi lamppu kumpaakin lajia vuoden kuluessa, ja kuinka paljon öljyä jäi jäljelle ensimmäisenä vuonna?

2. Trapetsion pinta-ala on $2,000 \text{ m}^2$, ja pitempi sen yhdensuuntaisista sivuista on $= 60 \text{ m}$. Kuinka pitkä on lyhempi yhdensuuntaisista sivuista, kun tiedetään, että sen pituus on sama kuin yhdensuuntaisten sivujen etäisyys toisistaan?

3. Ja'a polynoomi

$$6x^2 - (a - 7)xy - (a + 2)(a - 1)y^2$$

yksinkertaisimpiin tekijöihinsä.

4. Kuinka pitkässä ajassa tulee pääoma kaksinkertaiseksi, joka tuottaa 6% korkoa vuodessa ja kasvaa korko korolta, jos korko joka puolen vuoden kuluttua lisätään pääomaan?

5. Pisteestä A , joka on ulkopuolisemmalla kahdesta konsentrisestä ympyränkehästä, piirretään kaksi suoraa viivaa siten, että ne sivuavat sisäpuolista ympyränkehää pisteissä B ja C , sekä leikkaavat ulkopuolisen ympyrän kehän pisteissä D ja E . Todista että etäisyys BC on puolet etäisyydestä DE .

6. Piirrä suorakaide, jonka kehä on $= a$ ja jonka pinta-ala on $= b^2$. Milloinka on tehtävä mahdollinen?

7. Laske kolmesivuisen pyramidin tilavuus, kun tunnetaan, että sen sivu- ja pohja-särmät kaikki ovat keskenään yhtä suuret ja $= 1$ dm.

8. Järven pituutta AB määritettäessä on mitattu sen päitten A ja B etäisyys eräästä maalla olevasta pisteestä C ja huomattu, että etäisyys $AC = 289$ metriä ja etäisyys $BC = 601$ metriä sekä kulma $ACB = 100^\circ 19' 6''$. Kuinka pitkä järvi on?

9. Hae se kulma x ensimmäisessä kvadrantissa, joka täyttää ehdon

$$\sin x + \cos x = \frac{3}{4}.$$

10. Kolme matematista heiluria, joitten pituudet ovat 144 mm., 324 mm. ja 1024 mm., kulkevat yht'aikaa, määrättyssä silmänräpäyksessä, tasa-asentojensa kautta. Laske kuinka monta heilahdusta kunkin niistä tämän jälkeen on tehtävä, kunnes ne seuraava kerta kaikki kolme taas samaan aikaan kulkevat tasa-asentojensa kautta.

Studentexamen varen 1894.

Matematiska uppgifter.

1. Till en fabrik köptes ett år olja för 247 mk 50 p:i, men allt gick ej åt under året. Följande år köptes för 245 mk en kvantitet olja, som jämte resten från föregående år jämnt räckte till för året. Det föregående året hade lampornas antal varit 50 och oljans pris 2 mk 25 p:i per 10 liter. Det senare året var lampornas antal 72 och oljans pris 2 mk 50 p:i per 10 liter. Hvar och en af det senare årets lampor brände endast $\frac{3}{4}$ af den kvantitet olja, som en af föregående årets lampor förbrukade. Huru mycket förbrukade en lampa af hvardera slaget under årets lopp, och huru mycket olja blef öfver under det föregående året?

2. Ytan af ett trapezium är 2000 m²; den längre af de parallela sidorna är 60 m. Huru lång är den kortare parallelsidan, då man vet att dess längd är lika med afståndet mellan de båda parallela sidorna?

3. Sönderdela polynomet

$$6x^2 - (a - 7)xy - (a + 2)(a - 1)y^2$$

i dess enklaste faktorer.

4. Inom huru lång tid fördubblas ett kapital, som löper med 6%:s årlig ränta på ränta, om räntan hvarje halfår lägges till kapitalet?

5. Från en punkt A på den yttre af tvenne koncentriska cirkelperiferier dragas tvenne räta linier, så att de tangera den inre cirkeln i tvenne punkter B och C samt skära den yttre cirkeln i punkterna D och E . Bevisa att afståndet BC är hälften af afståndet DE .

6. Konstruera en rektangel, hvars perimeter är $= a$ och hvars area är $= b$. När är uppgiften möjlig?

7. Beräkna volymen af en trekantig pyramid, hvars baskanter och sidokanter äro alla sinsemellan lika stora och $= 1$ dm.

8. För att bestämma längden AB af en sjö, har man mätt afståndet från dess ändpunkter A och B till en punkt C på land och funnit, att afståndet $AC = 289$ m. och afståndet $BC = 601$ m. samt vinkeln $ACB = 100^\circ 19' 6''$. Huru lång är sjön?

9. Sök den vinkel x i första kvadranten, för hvilken

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{4}.$$

10. Tre matematiska pendlar, hvilkas längder äro 144 mm., 324 mm. och 1024 mm., passera alla i ett gifvet ögonblick jämvigtsläget. Huru många svängningar har hvar och en af dem härefter gjort, då de nästa gång alla tre samtidigt passera sina jämvigtslägen?

Ylioppilastutkinto syksyllä 1894.

Matematisia suoritettavia.

1. Sekoitus alkohoolia ja vettä sisältää $68\frac{1}{3}\%$ alkohoolia, jos lasketaan painon mukaan. Montako prosenttia alkohoolia, tilavuuden mukaan laskettuna, sisältää sekoitus, jos alkohoolin ominaispaino on 0,81?

2. Ratkaise ekvationit:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x + 0,5y - 3}{x - 5} + 7 &= 0 \\ \frac{3y - 10(x - 1)}{6} + \frac{x - y}{4} + 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

3. Kahden kaksinumeroisen luvun, x :n ja y :n, tulo on 930. Jos luku x kirjoitetaan luvun y :n eteen ja niin syntynyt nelinumeroinen luku jaetaan luvulla y , saadaan osamääräksi 25 ja jäännökseksi 12. Mitkä ovat luvut x ja y ?

4. Rautatieasemalta A lähtee matkustajajuna aseman B :n kautta, siinä kuitenkin pysähtymättä, asemalle C . Junan nopeus on 36 km tunnissa ja A :n ja B :n välimatka 24 km. Samaan aikaan lähtee B :stä kaksi tavarajunaa, toinen A :han, toinen C :hen, molemmat samalla nopeudella. A :sta tuleva matkustajajuna kohtaa toisen tavarajunan $\frac{1}{2}$ tuntia aikaisemmin kuin se saavuttaa toisen. Kuinka suuri on tavarajunain nopeus?

5. Vedä tasakylkisessä kolmiossa transversaali, joka jakaa yhtäsuuret sivut niin, että ne osat näistä, jotka joutuvat transversaalin ja aseman väliin, tulevat kumpikin yhtä suureksi kuin transversaali.

6. Kolmion kärjestä on suora viiva vedetty asemaan, pisteeseen x , ja siten syntyneihin pieniin kulmioihin on ympyrät piirretty. Todista että ympyröiden säteiden tulo on yhtä suuri kuin niiden ison kolmion aseman osain tulo, jotka ovat x pisteen ja ympyröiden sivuamispisteiden välillä.

7. Ympyrä A sivuaa ympyrää B sisäpuolelta pisteessä P . Suora viiva sivuaa A :ta pisteessä Q ja leikkaa B :n pisteissä R ja S . Todista että kulma RPQ on yhtä suuri kuin kulma SPQ .

8. Meidän (katkaistun) kartion-muotoisista mitta-astioistamme säädetään, että kahden litran ja sitä pienemmissä astioissa suun läpimitta pitää olla kaksi kolmatta osaa pohjan läpimitasta ja neljä viidettä osaa kohtisuorasta korkeudesta. Laske sen muotoisen kahden litran astian korkeus sekä pohjan ja suun halkasiat.

9. Kolmiossa on sivu $a = 56$ cm, sivu $b = 41$ cm ja kulma $A = 108^\circ 12' 42''$. Laske kulmat B ja C ynnä sivu c .

10. Kalasumpun kanteen on tehty ympyränmuotoinen aukko, jonka halkasia on 60 cm. 50 centimetrin päässä aukon keskipisteestä pystysuoraan ylöspäin on valolähde, joka oletetaan supistuneeksi loistavaksi pisteeksi. Kuinka suuri on sen valoympyrän halkasia, joka syntyy sumpun tasisella, vaakasuoralla pohjalla, jos sumppu on yhden metrin syvyinen ja täynnänsä vettä? Ilman ja veden välinen taite-eksponentti on 1,33.

Studentexamen hösten 1894.

Matematiska uppgifter.

1. En blandning af alkohol och vatten innehåller, vid beräkning efter vikt, $68 \frac{1}{3}\%$ alkohol. Huru många procent alkohol, efter volym beräknadt, innehåller blandningen, om alkoholens specifika vikt är 0,81?

2. Lös eqvationerna:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x + 0,5y - 3}{x - 5} + 7 &= 0 \\ \frac{3y - 10(x - 1)}{6} + \frac{x - y}{4} + 1 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

3. Produkten af tvenne tvåsiffriga tal, x och y , är 930. Skrifver man talet x framför talet y och dividerar det sålunda bildade fyrsiffriga talet med talet y , erhålles som quot 25 och som rest 12. Hvilka äro de tvenne talen?

4. Från en järnvägsstation A afgår ett passageraretåg till stationen B och därifrån vidare utan uppehåll till C . Tågets hastighet är 36 km i timmen och afståndet mellan A och B 24 km. Samtidigt afgå från B tvenne godståg, det ena till A , det andra till C , bägge med samma hastighet. Passageraretåget från A möter det ena godståget $\frac{1}{2}$ timme förr än det upphinner det andra. Huru stor är godstågens hastighet?

5. Drag i en likbent triangel en transversal, som delar de lika sidorna så, att de mellan transversalen och basen fallande delarna af dem blifva lika stora sig emellan och med transversalen.

6. Från en triangelns spets är en rät linie dragen till en punkt x på basen, och i de bägge sålunda uppkomna små triangelarna äro cirklar inskrifna. Bevisa att produkten af cirkelnas radier är lika stor med produkten af de delar af den stora triangelns bas, som falla mellan punkten x och cirkelnas tangeringspunkter.

7. Cirkeln A tangerar cirkeln B invändigt i punkten P . En rät linie tangerar A i punkten Q och skär B i punkterna R och S . Bevisa att vinkeln RPQ är lika stor med vinkeln SPQ .

8. Beträffande våra målkärl af konisk form (stympad kon) stadgas, att mynningens diameter skall för kärl på två liter och därunder vara lika med två tredjedelar af bottenens diameter och fyra femtedelar af vinkelräta höjden. Beräkna höjden samt bottenens och mynningens diametrar i ett sådant 2 liters kärl.

9. I en triangel är sidan $a = 56$ cm, sidan $b = 41$ cm och vinkeln $A = 108^\circ 12' 42''$. Beräkna vinklarna B och C äfvensom sidan c .

10. I locket på en fisksump är anbragt en cirkelrund öppning, 60 cm i diameter. På en höjd af 50 cm öfver öppningens midt befinner sig en ljuskälla, som vi tänka oss reducerad till en lysande punkt. Huru stor blir diametern i den belysta cirkeln på sumpens plana, horisontala botten, om sumpen är fylld med vatten och har ett djup af 1 meter? Ljusets brytningsexponent mellan luft och vatten är 1,33.