



Tehtävissä 5, 7, 8 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise yhtälö $\frac{x^2 - 3x}{2x + 3} = x - 3$.
2. Tuotteen hintaa korotetaan kolmesti p %, mikä nostaa hinnan kaksinkertaiseksi. Määritä korotusprosentti p .
3. Millä x :n arvoilla funktio $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ ja sen derivaatta $f'(x)$ saavat yhtäaikaan positiivisia arvoja?
4. Tasamaalla sijaitsevalta räjäytystyömaalta lentää kivi 72 metrin päähän. Kivi katkaisee 48 metrin päässä olevan ohuen puun 13,5 metrin korkeudelta. Oletetaan, että kiven lentorata on paraabeli. Kuinka korkealla kivi käy?
5. a) Tavalliseen korttipakkaan kuuluu 52 korttia, joista 4 on ässiä. Täydestä pakasta vedetään umpimähkään kortti, sitten toinen kortti ja tämän jälkeen vielä kaksi korttia. Vedettyjä kortteja ei panna takaisin pakkaan. 1° Millä todennäköisyydellä ensimmäinen kortti on ässä? 2° Jos ensimmäinen kortti oli ässä, niin millä todennäköisyydellä toinen on ässä? 3° Jos ensimmäinen ja toinen kortti olivat ässiä, niin millä todennäköisyydellä viimeiset kaksi korttia ovat ässiä?

b) Määritä funktion $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{kun } x < 0, \\ e^{3x} + 1, & \text{kun } x \geq 0, \end{cases}$$

se integraalifunktio, jonka kuvaaja kulkee pisteen $(1, 2)$ kautta.

6. Kaupungeilla A ja B on kummallakin keskustassaan paikallisradioasema, jonka kuuluvuusalue ulottuu 60 kilometrin päähän asemasta joka suuntaan. Asemien välimatka on 102 km. Autoilija, joka ajaa suoraa tietä kohti kaupunkia B, saapuu kaupungin A aseman kuuluvuusalueelle. Tämän jälkeen hän ajaa 38 km, ennen kuin A:n aseman lähetys lakkaa kuulumasta. Onko hän tällöin jo kaupungin B aseman kuuluvuusalueella?
7. a) Millä a :n arvoilla yhtälö $x^2 + y^2 + 2ax + 4ay + 2y + 6a + 1 = 0$ on ympyrän yhtälö? Määritä näiden ympyröiden keskipisteiden muodostama joukko.

b) Kompleksiluku $z = x + iy$ on myös vektori $x\bar{i} + y\bar{j}$. Määritä kaikki kompleksiluvut z_1, z_2 , joille pätee $z_1 \cdot z_2 = z_1 z_2$. Tässä $z_1 \cdot z_2$ tarkoittaa vektoreiden z_1 ja z_2 skalaarituloa ja $z_1 z_2$ kompleksilukujen z_1 ja z_2 tuloa.

KÄÄNNÄ!

8. a) Osoita, että yhtälöllä $5 \tan x - 3 = 10x$ on välillä $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ täsmälleen yksi juuri. Määritä tämän jälkeen juuren arvo yhden desimaalin tarkkuudella.
- b) Taso leikkaa koordinaattiakselit pisteissä $A = (2, 0, 0)$, $B = (0, 5, 0)$ ja $C = (0, 0, 4)$. Piste $P = (0, 0, 1)$ kautta asetetaan tasoa vastaan normaali. Missä pisteessä tämä leikkaa tason?
9. Anna esimerkki suljetulla välillä $[0, 1]$ määritellystä funktiosta f , jolla ei ole suurinta eikä pienintä arvoa. Piirrä funktion kuvaaja. Voiko tällainen funktio olla kasvava?
10. a) Suoran ympyräkartion muotoisen teltan pohjan säde on 2,4 m ja sivujana 4,0 m. Telttaan sen pohjalle asetetaan suorakulmaisen särmiön muotoinen, neliöpohjainen, tilavuudeltaan mahdollisimman suuri laatikko siten, että sen sivutahkon puolittava pystysuora yhtyy kartion akseliin. Määritä laatikon pohjasärmä, korkeus ja tilavuus.
- b) Kultaseppä valmistaa pikarin 2,20 cm korkean jalan hopeasta valamalla. Valumuotti on ympyräpohjainen pyörähdyskappale, joka syntyy käyrän $y = 3e^{-(x/2)^2}$, $0 \leq x \leq 2,20$, pyörähtäessä x -akselin ympäri. Määritä jalan tilavuus kolmen numeron tarkkuudella. Hopean tiheys on $10,5 \text{ kg/dm}^3$, ja kultaseppä maksaa hopeasta $897,50 \text{ mk/kg}$. Kuinka paljon maksaa jalan raaka-aine?