



Tehtävissä 2, 3, 4, 6, 7 ja 10 on vaihtoehtoja, joista saa suorittaa vain yhden.

1. Sievennä funktion $f(x) = (x^2 - 3x + 2)(x - 4) - (x^2 - 5x + 4)(x - 2)$ lauseke ja laske funktion arvo pisteissä 0, 2 ja 4.
2. a) Tasoaluetta rajoittavat suorat $x = 2$, $y = x$ ja $y + 3 = 0$. Piirrä alue ja kirjoita epäyhtälöt, jotka määräävät kyseisen alueen (ilman reunoja).

b) Televisiokuvan korkeuden suhde leveyteen on nykyisin 3 : 4. Uudessa suunnitellussa teräväpiirtotelevisiossa (HDTV) se olisi 9 : 16. Ajatellaan, että nykysysteemillä kuvattu ohjelma näytettäisiin uudella kuvaruudulla. Kuinka suuri osa kuvaruudusta on jätettävä reunoilta mustaksi, jotta pystysuunta tulisi kokonaan näkyviin? Kuinka suuri osa kuva-alasta joutuisi puolestaan kuvaruudun ulkopuolelle, jos kuva levitetäisiin koko ruudun levyiseksi?
3. a) Missä pisteessä ja kuinka suuressa kulmassa käyrä $y = x^3 - 6x^2 - x + 2$ leikkaa y -akselin?

b) Katuvalaisimen kannatinvaijeri on kiinnitetty 34,50 m leveän kadun vastakkaisilla puolilla olevien talojen seiniin 6,50 m korkeudelle maasta. Lamppu riippuu vaijerista sen keskikohdalta, joka on 1,10 m vaijerin päitä alempana, ja vetää vaijerin puolikkaat likimain janoiksi. Kuinka pitkä vaijeri on, ja kuinka suuren kulman vaijerin puoliskot muodostavat keskenään?

c) Kaksi samankokoista neliötä (sivu = s) on siten osittain päällekkäin, että toisen neliön yksi kärki on toisen neliön keskipisteessä ja yksi tämän sivuista muodostaa toisen neliön sivun kanssa terävän kulman. Laske neliöiden yhteisen osan pinta-ala.
4. a) Sovitaan, että merkintä $a|b|c$ tarkoittaa samaa kuin lauseke $\frac{a-b}{b-c}$. Mikä on tällöin $2|3|4$?
Ratkaise yhtälö $6|x|4 = 2$.

b) Kiikarin näkökenttä on $7,0^\circ$. Kuinka kaukana on 140 m pitkä ohi kulkeva laiva, joka täsmälleen täyttää kiikarin näkökentän?
5. Etsi viisi sellaista peräkkäistä kokonaislukua, että kolmen ensimmäisen luvun neliöiden summa on sama kuin kahden viimeisen luvun neliöiden summa. Kuinka monta tällaista lukuviisikkoa on olemassa?
6. a) Paperista on leikattu suorakulmio, jonka sivut ovat $a = 8$ cm ja $b = 16$ cm. Paperi taitetaan toista suorakulmion lävistäjää pitkin litteäksi. Laske sen osan pinta-ala, joka tällöin tulee kaksinkertaiseksi.

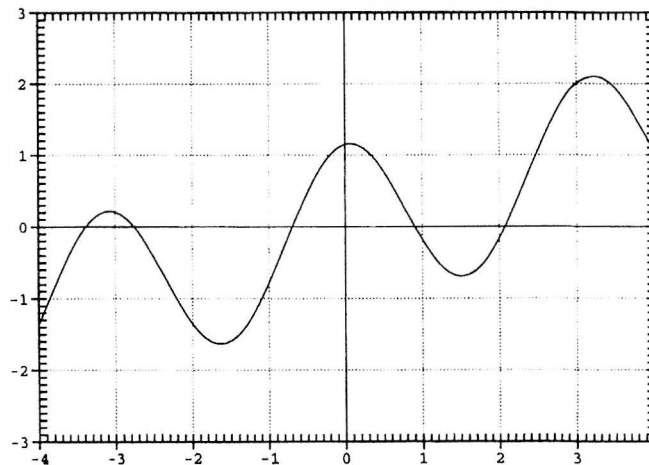
b) Perustele, miksi kolmion kulmien summa on 180° .
7. a) Ilmanpaine laskee noustaessa korkeammalle. Jos ilmanpaine merenpinnan tasolla on p_0 , on korkeudella h vallitseva paine millibareina $p = p_0 10^{-0,05435 h/\text{km}}$. Kuinka monta prosenttia paine laskee, kun noustaan 800 m lähtökohtaa korkeammalle, ja kuinka suuri se on 11 km korkeudessa silloin, kun se on merenpinnan tasolla 980 mbar?

KÄÄNNÄ!

b) Suoraa ympyrälieriötä varten tehdään metrin pituisesta rautalangasta kehikko, joka muodostuu kahdesta samankokoisesta vaakaympyrästä ja niitä yhdistävästä pystysauvasta. Missä rajoissa ympyröiden säde voi vaihdella, jotta syntyisi haluttu kehikko, ja millä säteen arvolla lieriön tilavuus tulisi mahdollisimman suureksi?

c) Sienikurssilla opetettiin tunnistamaan 78 erilaista sientä, joista kurssilainen oppi kuitenkin vain 49. Kuinka suurella todennäköisyydellä hän tunnisti oikein hänelle satunnaisesti esitetyt kuusi erilaista kurssilla opetettua sientä?

8. Oletetaan, että paperin pinta-alamassa (g/m^2) on normaalijakautunut. Asiakas tilaa paperia, jonka pinta-alamassa on keskimäärin $80 \text{ g}/\text{m}^2$. Kuinka suuri hajonta saa pintapainossa enintään olla, jotta todennäköisyys saada alle $75 \text{ g}/\text{m}^2$ painavaa paperia olisi pienempi kuin 5 %?
9. Autojono ajaa tasaisella $100 \text{ km}/\text{h}$ nopeudella, kun ensimmäinen autoilija havaitsee tiellä esteen. Oletetaan, että kukin autoilija alkaa jarruttaa $1,0 \text{ s}$ sen jälkeen kun edellä ajava on ruvennut jarruttamaan. Autojen jarrutusmatkat vaihtelevat tämän "kauhusekunnin" jälkeen renkaiden kunnon ym. syiden mukaan 150 m ja 200 m välillä. Kuinka pitkiä autojen välimatkojen tulisi olla ajettaessa, jotta jonon pysähtyttyä autot olisivat vielä vähintään 10 m päässä toisistaan?
10. a) Funktion g kuvaaja on oheisessa kuviossa. Funktiosta f tiedetään, että $f(x) = g'(x)$, kun $-4 < x < 4$. Määritä $\int_0^3 f(x) dx$.



b) Osoita, että suoran $y = k(x - 2) + 1$ ja ympyrän $x^2 + y^2 = 5$ toinen leikkauspiste on kaikilla kulmakertoimen k arvoilla $(2, 1)$ ja että jos k on rationaaliluku, myös toisen leikkauspisteen molemmat koordinaatit ovat rationaalilukuja. Mikä tämä leikkauspiste on, jos $k = 2$?

c) Henkilö otti kahden vuoden tasaerä- eli annuiteettilainan 12% vuotuisella korolla. Hän maksoi lainan suorittamalla kerran kuussa aina saman summan $a = 2354 \text{ mk}$, yhteensä 24 kertaa. Kuinka suuresta lainasta oli kysymys?