

YLIOPPILASTUTKINTO 22.9.1995 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 2,3,5,7 ja 10 on kussakin kolme vaihtoehtoa, joista saa suorittaa vain yhden. Vaihtoehto c) on tarkoitettu lähinnä kokeilukursseja opiskelleille, mutta sen saa valita kuka tahansa.

1. Kirjan myyntihinta saadaan lisäämällä kirjan perushintaan 12 % arvonlisävero. Kirjan, jonka myyntihinta oli ollut 134 mk, perushintaa alennettiin 25 mk. Mikä oli kirjan uusi myyntihinta?
2. a) Osoita, että luku $(n + 4)^2 - n^2$ on jaollinen kahdeksalla, kun n on kokonaisluku. Millä arvoilla n luku on jaollinen 16:lla?
 b) Määritä $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, kun $x + y = 52$ ja $xy = 13$.
 c) Autoilija ajoi ajassa 2 h 40 min matkamittarinsa mukaan 205 km. Matkamittari näytti 5 % todellista matkaa suurempaa lukemaa. Mikä oli autoilijan keskinopeus?
3. a) Tuhansia vuosia sitten käytetyn kaavan mukaan ympyrän ala on likimain $(\frac{8}{9} \cdot \text{halkaisija})^2$. Mikä luvun π likiarvo sijoitettuna kaavaan $A = \pi r^2$ antaa saman tuloksen? Vastaus kolmen desimaalin tarkkuudella.
 b) Neliön muotoiselle tontille rakennetaan suorakaiteen muotoinen talo, jonka pitempi sivu on puolet tontin sivusta ja lyhyempi kolmasosa tontin sivusta. Piha-aluetta jää tällöin 400 m². Laske tontin ala.
 c) Suosituksen mukaan jokaisessa työryhmässä on oltava vähintään 40 % naisia ja vähintään 40 % miehiä. Kuinka monta miestä ja naista voi olla suosituksen mukaisessa työryhmässä, jossa on n jäsentä, kun $2 \leq n \leq 6$?
4. Rakentaja valaa 5,0 m pitkän ja 5,0 m leveän betonilaatan, jonka paksuus on 10 cm. Hän sekoittaa betonin itse käyttäen ohjetta: sementtiä 1, hiekkaa 5 ja vettä 3 tilavuusosaa. Montako 40 kg:n säkkiä sementtiä hän tarvitsee? Sementin ominaispaino on tässä 1,34 kg/dm³.
5. a) Pisteestä $A = (-\frac{7}{3}, -\frac{5}{3})$ lähtevät vektorit $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j}$ ja $\vec{b} = -2\vec{i} + 5\vec{j}$ ovat suunnikkaan sivuina. Suunnikkaan lävistäjien leikkauspiste olkoon B . Määrä pisteen B koordinaatit ja vektori \vec{AB} .
 b) Harjoittelija Alku postittaa kirje-erän 30 minuutissa. Kun hän tekee saman työn yhdessä ammattitaitoisen Kelpo kanssa, aikaa kuluu tasan 5 minuuttia. Missä ajassa Kelpo tekisi saman työn yksin?
 c) 10-järjestelmän luku 234_{10} tarkoittaa summaa $2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 4$. Eräessä toisessa lukujärjestelmässä on

$$234_k + 56_k = 312_k.$$
 Mikä on tämän lukujärjestelmän kantaluku k ?
6. Tieosuudella, jossa oli nopeusrajoitus 80 km/h, oli mittausten mukaan ajoneuvojen keskinopeus 76,0 km/h ja keskihajonta 6,0 km/h. Kuinka monta prosenttia autoilijoista voisi saada rikesakon, ts. ajoi nopeutta, joka oli yli 80 km/h, mutta alle 95 km/h, kun nopeuksien jakauma oli normaali?

KÄÄNNÄ!

7. a) Paperirullan ulkohalkaisija on 12,0 cm ja sisähalkaisija 4,5 cm. Paperin paksuus on 0,1 mm. Kuinka monta metriä rullassa on paperia?
- b) Määrää funktion $f(x) = |2x^2 - 5x - 1|$ suurin ja pienin arvo välillä $[0, 3]$.
- c) Kansainvälisen ilmakuljetusjärjestön IATA:n vaatimusten mukaan matkustamoon otettavan laukun pituuden, leveyden ja korkeuden summa ei saa ylittää 115 cm. Mikä on sellaisen IATA:n hyväksymän laukun suurin tilavuus, jonka korkeus on 20 cm?
8. Laiva kulkee vakionopeudella 18 solmua ja sen suunta pysyy koko ajan samana. Pisteestä A mitattuna suunta majakkaan on 15° kulkusuuntaan nähden, ja 34 minuuttia myöhemmin pisteestä B suunta samaan majakkaan on 30° . Kuinka kaukana majakka on pisteestä A? Yksi solmu on 1,85 km/h.
9. Muuttujan x saamat arvot ovat $\{1, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 6\}$ ja muuttujan y saamat arvot vastaavasti $\{2, 2, 2, 3, 4, 5, 5, 5\}$. Laske kummassakin tapauksessa muuttujan saamiin arvojen keskiarvo \bar{x} , hajonta $s = s_{n-1}$, varianssi s^2 (edellisen neliönä) ja vaihteluväli r . Kuvaa histogrammeilla tai pylvädiagrammeilla arvojen hajontaa. Kuvaako luku s/r muuttujan arvojen leviämistä muita hajontalukuja paremmin?
10. a) Funktiota $f : [-a, a] \rightarrow \mathbf{R}$, jolle $f(x) = f(-x)$ kaikilla $x \in [-a, a]$, sanotaan parilliseksi. Osoita, että parillinen funktio ei voi olla aidosti kasvava.
- b) Määrää käyrien $y = 4x - x^2$ ja $y = -\sqrt{4x - x^2}$ rajoittaman alueen pinta-ala.
- c) Osoita, että $\log_2 3$ ei ole rationaaliluku.