

YLIOPIILASTUTKINTO 18.9.1992 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 2, 3, 7, 9 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Ratkaise yhtälöt 1°  $x^2 - 100x = 0$ , 2°  $x^2 - 100 = 0$  ja 3°  $x^2 - 100x^2 = 0$ .
2. a) Ympyrän muotoisen levyn säde on 35 mm. Levyyn porataan pyöreä reikä, jonka säde on 24 mm. Laske näin saadun rei'itetyn levyn pinta-ala.

b) Laske  $\int_{-2}^1 (6x^2 - 8x)dx$ .

3. a) Määritä ne positiiviset, yksinkertaisimpaan muotoon supistetut murtoluvut, joiden osoittajan ja nimittäjän summa on 10.

b) Määritä ne positiiviset muuttujan  $x$  arvot, jotka toteuttavat epäyhtälön

$$2x^2 + 3x - 20 \leq 0.$$

4. Mikä on käyrälle  $y = -x^2 + 4x + 1$  pisteeseen  $(1, 4)$  piirretyn normaalin yhtälö? Missä toisessa pisteessä tämä normaali leikkaa mainitun käyrän?

5. Omenapuun korkeudelle  $y$  metriä esitetään mallia

$$y = \frac{12t}{t + 100},$$

missä  $t$  on puun ikä vuosina. Tutki, mitä arvoja tämä malli antaa, kun puun ikä on 0, 1, 2, 5, 10, 20, 50 tai 100 vuotta. Kuinka paljon puu kasvaa mallin mukaan vuodessa, kun se on 5-vuotias ja 50-vuotias? Voisiko omenapuu saavuttaa mallin mukaan 13 metrin korkeuden?

6. Auton akusta saatava jännite  $U$  laskee akusta otettavan virran  $I$  funktiona yhtälön  $U(I) = 12 - 0,3 \cdot I$  mukaisesti. Auton käynnistysmoottoriin saatava teho  $P$  on jännitteen ja virran tulo  $P(I) = U(I) \cdot I$ . Mikä on tämän tehon suurin arvo, ja kuinka suuri on vastaava virta?

7. a) Neliön kärkinä ovat pisteet  $(5, 5)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(5, -1)$  ja  $(8, 2)$ . Vektorin  $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$  alkupiste on  $(-2, 3)$  ja loppupiste sattumanvaraisesti valittu mainitun neliön sisäpiste. Kuinka suurella todennäköisyydellä on 1°  $a > 0$ , 2°  $b > 0$ ?

b) Turpeessa on vettä aluksi 60 %. Kuinka monta prosenttia vedestä on haihdutettava, jotta turpeessa tämän jälkeen olisi vain 20 % vettä?

8. Erään yrityksen valmistamien akselien läpimitta on normaalisti jakautunut keskiarvon ollessa 150,00 mm. Kuinka suuri saa läpimitan hajonta enintään olla, jotta läpimitta ylittäisi hylkäämisrajan 150,20 mm korkeintaan 0,5 prosentin todennäköisyydellä?

KÄÄNNÄ !

9. a) Erään mallin mukaan tietyssä tilanteessa sattuvien auto-onnettomuuksien todennäköisyys riippuu kuljettajan veren alkoholipitoisuudesta seuraavasti. Jos veressä on  $v$  promillea alkoholia, on todennäköisyys  $R(v) = e^{2,14 \cdot v}$  prosenttia. Millä  $v$ :n arvoilla malli ei voi vastata todellisuutta? Kuinka suuri on mallin mukainen todennäköisyys, jos veressä on 0,5 promillea alkoholia? Kuinka paljon alkoholia on veressä, jos mallin mukaan todennäköisyys on 15 prosenttia?
- b) Laskimen mukaan on  $\sqrt{4,456\,790\,123 \cdot 10^{30}} \approx 2,111111\,111 \cdot 10^{15}$ . Tutki, onko kyseessä neliöjuuren ylä- vai alalikiarvo.
10. a) Olkoon  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 17$ . Laske sijoittamalla  $x = y + 2$  lausekkeen  $f(y + 2)$  sievennetty muoto. Saadusta tuloksesta voidaan päätellä, millä  $y$ :n ja vastaavasti millä  $x$ :n arvolla funktio saa arvon nolla. Etsi esitetyllä tavalla yhtälön  $f(x) = 0$  reaalijuuren tarkka arvo ja likiarvo laskimen antamalla tarkkuudella.
- b) Kun suoran ympyräkartion pohjaympyrän säde on  $r$  ja kartion korkeus  $h$ , on kartion tilavuus  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ . Olkoon tällaisen kartion sivuviivan pituus  $s = 60$  mm, jolloin  $r^2 + h^2 = s^2$ . Esitä kartion tilavuus korkeuden  $h$  funktiona ja määritä tällä tavoin tilavuuden suurin arvo.