

Tehtävissä 1, 3, 5, 6 ja 10 suoritetaan joko kohta a) tai kohta b).

*:llä merkityt tehtävät eivät kuulu oppimäärän keskeisiin alueisiin.

1. a) Muodosta se funktion $f: f(x) = x^2 + x - 2$ integraalifunktio, jolla on paikallinen minimiarvo -4 .
b) Tuotteen hinnasta on raaka-aineen osuus 20 %. Kuinka monta prosenttia tuotteen hintaa voitaisiin alentaa, jos raaka-aineen hinta alenee 12 % ?
2. Lentokone lähti Helsingistä klo 7.00 paikkaan X, jossa kello tällöin oli 5.00, ja palasi Helsinkiin samana päivänä klo 21.30. Paluumatkaan kului puoli tuntia enemmän kuin menomatkaan, ja perillä kone viipyi 2 tuntia. Kuinka paljon kello oli X:ssä koneen lähtiessä paluumatkalle?
3. a) Ratkaise yhtälö $P(x) = P(17)$, kun $P(x) = x^3 - 51x^2 + 867x$.
b) Ympyrän $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$ keskipiste on A, ja ympyrä leikkaa x-akselin pisteissä B ja C. Laske kulma BAC.
4. Suoran ympyräkartioiden, jonka korkeus on $\frac{5}{4}R$, huippu ja pohjaympyrä ovat R-säteisen pallon pinnalla. Kuinka monta prosenttia kartion tilavuus on pallon tilavuudesta?
5. a) Kolmiossa on 30° :n ja 100° :n kulmat, ja suurinta kulmaa vastaava sivu on 10. Laske kolmion ala.
b) Lukujonolla $x_n = \frac{2n^2 + 1}{3n^2 - 1}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ on raja-arvo a. Mistä n:n arvosta alkaen on $|x_n - a| < 10^{-5}$?
6. a) Lotossa arvotaan 7 lukua 39 luvun joukosta. Kun viisi lukua on arvottu, henkilön A lottorivissä on 5 oikein. Mikä on todennäköisyys sille, että A saa 1° 7 oikein, 2° vain 5 oikein?
b) Määritä funktion $\sin x \cos(x+a)$ suurin ja pienin arvo.
7. Ympyrän C keskipiste on $(0, \frac{1}{2})$ ja säde $\frac{1}{2}$. C:n pisteiden $(0, 1)$ ja (x, y) , missä $x \geq 0$, $y \neq 1$, kautta piirretään suora, joka leikkaa x-akselin pisteessä $(u, 0)$. Lausu u yksinomaan y:n funktiona.
8. Osoita, että integraalin $\int_a^{a+\pi} \cos^2 x \, dx$ arvo on a:sta riippumaton.
9. Paraabelin $y^2 = 2px$ ($p > 0$) pisteeseen (x_0, y_0) ($y_0 > 0$) piirretty normaali leikkaa x-akselin pisteessä $(u, 0)$. Mitä pistettä tämä piste lähestyy, kun piste (x_0, y_0) lähestyy paraabelin huippua?
10. a) Pisteiden $A = (3, 2, -1)$, $B = (4, 1, 6)$ ja $C = (7, -2, 3)$ määräämästä tasosta on etsittävä kaikki sellaiset pisteet D, että nelikulmio ABCD on suunnikas.
*b) Valon kohdatessa tason pisteessä A valaistuksen voimakkuus on suoraan verrannollinen tason normaalin ja valon tulosuunnan välisen kulman kosiniin sekä kääntäen verrannollinen valolähteen ja pisteen A välisen etäisyyden neliöön. Kuinka korkealle pyöreään r-säteisen pöydän keskipisteen yläpuolelle on vietävä pistemäinen valolähde, jotta valaistuksen voimakkuus pöydän reunalla olisi mahdollisimman suuri?