

Tehtävissä 1, 3, 4, 8 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

*:llä merkityt tehtävät eivät kuulu oppimäärän keskeisiin alueisiin.

1. a) Laske funktion $\tan x$ tarkka arvo, kun $\sin x = \frac{7}{25}$ ja $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.
 b) Erään perheen kuluista oli 35 % ruokakuluja ja 42 % asumiskuluja. Kuinka monta prosenttia perheen kokonaiskulut nousivat tai laskivat, kun ruokakulut alenivat 5 % ja asumiskulut nousivat 3 % ?
2. Määritä vakio a siten, että yhtälöllä $x^3 + 3(2a-1)x^2 - 4x + 1 - a = 0$ on juurena $x = 1$. Mitkä ovat tällöin muut juuret?
3. a) Funktio F on määritelty arvoilla $x < 0$ ja toteuttaa ehdot $F'(x) = 1 + \frac{1}{x}$ ja $F(-1) = 1$. Määritä F .
 b) Määritä kaikki ne x :n arvot, joilla funktio $\sin 2(x + \frac{\pi}{4})$ saa suurimman arvonsa.
4. a) Määritä käyrien $y = e^{2x}$ ja $y = e^{-x}$ sekä suoran $y = e$ rajoittaman alueen ala.
 b) Määritä vektorien \bar{a} ja \bar{b} välinen kulma, kun $|\bar{a} + \bar{b}| = |\bar{a} - \bar{b}|$ ja $\bar{a} \neq \bar{0} \neq \bar{b}$.
5. Määritä yhtälön $\int_1^x (t^2 - 2t - 5)dt = 0$ reaali-juuret.
6. Ratkaise epäyhtälö $|x - a| < x$ kaikilla vakion a arvoilla.
7. Ilmoita sekunnin tarkkuudella, kuinka paljon kello on, kun tunti- ja minuutti-osoitin ovat iltapäivällä päällekkäin numeroiden 5 ja 6 välissä.
8. a) Mikä on todennäköisyys sille, että lukujonosta $1, 2, \dots, 120$ umpimähkään valituista kahdesta eri luvusta toinen on > 70 ja toinen < 40 ?
 *b) Määritä kaikki kompleksiluvut z , jotka toteuttavat yhtälön $\bar{z} = \frac{2}{z} + i$.
9. Osoita, että $\sqrt{15}(4 + \sqrt{7x}) \leq 9\sqrt{4 + 5x}$, kun $x \geq 0$. Milloin yhtäsuuruusmerkki on voimassa?
10. *a) Funktiolla f on derivaatta pisteessä a , ja derivaatan arvo on k . Määritä tämän nojalla

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$$
.
 b) Osoita, että $\frac{x^3}{3} + \frac{x}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} > 0$, kun $x > 0$.