

Tehtävissä 7 ja 8 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

1. Määritä polynomin $P(x) = ax^3 + x^2 + bx$ kertoimet a ja b siten, että $P(-1) = P'(-1) = 1$.
2. Määritä lausekkeen $\cos x$ tarkka arvo ja 3-desimaalinen likiarvo, kun $\sin x = -\frac{1}{5}$ ja $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.
3. Määritä ympyrän $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 11 = 0$ keskipiste ja säde sekä origon lyhin etäisyys tästä ympyrästä.
4. Määritä $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}$.
5. Määritä pienin positiivinen kokonaisluku n , joka toteuttaa epäyhtälön $n - \sqrt{n^2 - 1} < 10^{-2}$.
6. Määritä vektorin $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$ vektorikomponentti suoralla $y = 2x + 2$.
7. a) Laske $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx$.
 b) Noppaa heitetään viisi kertaa. Millä todennäköisyydellä ensimmäisen heiton silmäluku esiintyy täsmälleen kahdesti?
8. a) Osoita, että funktion $f: f(x) = \sin x \sin(x+\alpha)$ suurimman ja pienimmän arvon erotus on kulmasta α riippumaton.
 b) Osoita, että kuvaus $f: 3\mathbb{N} \setminus \{0,3\} \rightarrow 5\mathbb{N}$, $f(n) = \frac{5}{3}(n-6)$ on bijektio ($p\mathbb{N} = \{0,p,2p,3p,\dots\}$).
9. Palloon, jonka säde on 1, on asetettu säännöllinen kolmisivuinen särmiö. Laske sen tilavuuden suurin mahdollinen arvo.
10. Piirrä funktion $f: f(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{dt}{\sqrt{1+x^2-2xt}}$ kuvaaja.