

1. Lausu  $x/y$  mahdollisimman yksinkertaisena murtolukuna, kun  
 $x = \frac{2}{3} - \frac{3}{2}$  ja  $y = \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{24}$ .
2. Minkä luvun logaritmi on  $-3$  siinä järjestelmässä, jonka kantaluku (kanta) on  $2$ ? Tarkka arvo.
3. Kuinka monta juurta on yhtälöllä  $|x - 2| + 1 = 0$ ?
4. Suora  $y = kx$  leikkaa paraabelit  $y = px^2$  ja  $y = qx^2$  ( $p > 0$ ,  $q > 0$ ). Määritä paraabelien tästä suorasta erottamien jänneiden pituuksien suhde. Tarkista tulos piirtämällä kuvio, kun  $p = 1$ ,  $q = 1/2$  ja  $k$  saa arvot  $1/2$  ja  $1$ .
5. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:  
 a) Laske pisteen  $(5, 4)$  lyhin etäisyys ympyrästä  
 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ .  
 Tarkka arvo ja kaksinumeroinen likiarvo.  
 b) Millä  $x$ :n arvoilla on funktio  $f: f(x) = +\sqrt{x-1}$  määritelty? Millä välillä on olemassa käänteisfunktio  $f^{-1}$ ? Laske  $f^{-1}(2)$ .
6. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:  
 a) Ympyrä, jonka keskipiste on tasasivuisen kolmion yhdellä sivulla, sivuaa kolmion muita sivuja. Laske ympyrän alan suhde kolmion alaan.  
 b) Laske sen alueen ala, jota rajoittavat paraabeli  $y = x^2 - 2x - 3$  ja  $x$ -akseli.
7. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:  
 a) Pisteen  $(8, -1)$  kautta asetetaan normaali suoralle  $5x - 2y + 16 = 0$ . Laske sen kuperan nelikulmion ala, jota rajoittavat mainitut suorat ja koordinaattiakselit.  
 b) Perheessä on kolme lasta. Mikä on todennäköisyys sille, että lapset ovat syntyneet kaikki eri viikonpäivinä?
8. Määritä  $y$ -akselin suuntainen suora, joka leikkaa käyrät  $y = x^3 - 4x$  ja  $y = x^2/2$  siten, että leikkauspisteisiin asetetut tangentit ovat yhdensuuntaiset. Kaikki ratkaisut.
9. Luvut  $a_1, a_2, a_3$  ovat rajojen  $m$  ja  $M$  välissä:  
 $m \leq a_1 \leq M, \quad m \leq a_2 \leq M, \quad m \leq a_3 \leq M$ .  
 Luvut  $p_1, p_2, p_3$  ovat positiivisia. Todista, että  

$$m \leq \frac{p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3}{p_1 + p_2 + p_3} \leq M.$$
 Millä ehdolla jompikumpi yhtäsuuruusmerkki on voimassa?
10. Määritä kaksi peräkkäistä  $k$ :n kokonaislukuarvoa, jotka antavat lausekkeelle  $(k-2)/(k^2-k)$  saman arvon.