

Käsiteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta. - Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

- Osoita, että jos kaksi positiivilukua kumpikin jaetaan niiden keski-
verrolla, niin saadut luvut ovat toistensa käänteislukuja.
- Ympyrän sisään piirretyn tasakylkisen kolmion kanta on a ja korkeus
 h . Laske ympyrän säde.
- Määritä funktion $\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}$ suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 1$.
- Tehtaassa ryhdytään valmistamaan kannetonta litran vetoista suora-
kulmaisen särmiön muotoista peltiastiaa, jonka pohja on neliö. Kuin-
ka suureksi on valittava astian korkeuden ja pohjasärmän suhde, jotta
peltiä kuluisi mahdollisimman vähän?
- Origosta suoralle L piirretyn normaalin pituus on p (> 0), ja nor-
maali muodostaa positiivisen x -akselin kanssa kulman α ($0 < \alpha < \pi/2$).
Mikä on suoran L yhtälö?
- Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
 - Säännöllisen kolmisivuisen pyramidin sivusärmät ($= a$) ovat koh-
tisuorassa toisiaan vastaan. Laske pyramidin korkeus.
 - Pisteestä P lähtevät vektorit \vec{a} , \vec{b} ja \vec{c} ovat kolmisivuisen pyra-
midin sivusärminä. Määritä P :stä pohjakolmion painopisteeseen piir-
retty vektori.
- Määritä ne xy -tason pisteet, joissa on voimassa epäyhtälö
 $x^2 \leq 4y(x - y)$. Esitä tulos graafisesti.
- Olko x ja a reaali-lukuja ja $|x - a| < 1$. Todista, että
 $|x + 2a| < 1 + 3|a|$.
- Funktiosta f oletetaan, että $f''(x) = e^x + e^{-x}$ ja $f'(0) = 3/2$.
Millä x :n arvoilla f on kasvava?
- Olko f annettu funktio, $f''(x_0) > 0$. Määritellään funktio g seu-
raavasti: $g(x) = f(x) - f'(x_0)(x - x_0)$. Osoita, että $g(x)$:n
itseisarvolla on ääriarvo pisteessä x_0 , ja tutki ääriarvon laatua.
- Määritä se differentiaaliyhtälön $xy' + (x + 2)y = 0$ ratkaisu,
joka arvolla $x = 1$ saa arvon $y = 2$. Onko yhtälöllä ratkaisu, joka
arvolla $x = 0$ saa arvon $y = 1$?
- Piste liikkuu neliöruudukossa askeleittain ruudusta toiseen, suo-
raan tai vinottain, niin että kaikki kahdeksan lähiruutua ovat yhtä
todennäköisiä. Millä todennäköisyydellä piste on kolmen askeleen
jälkeen jälleen lähtöruudussa? (Lähtöruutu on valittu siten, että
piste ei liikkuessaan voi joutua reunaruutuun.)