

Käsiteltävä enintään kymmentä tehtävää. Tehtävät 11 ja 12 vaativat tietoja tavallisen koulukurssin ulkopuolelta. - Vain yksi tehtävä kullekin paperille.

1. Missä pisteessä suoran $2y - x + 2 = 0$ suuntainen käyrän $y = x^2$ tangentti leikkaa y-akselin?
2. Osoita, että $\frac{-1 - \ln x}{x}$ on eräs funktion $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ integraalifunktio (eli kantafunktio), kun $x > 0$. Mitkä ovat muut funktion f integraalifunktiot?
3. Suorakulmaisen kolmion ABC kateetti BC halkaisijana piirretty ympyrä leikkaa hypotenuusan AB pisteessä D siten, että $BD:DA = 5$. Laske kulma A ($0,1^{\circ}$:n tarkkuus).
4. Ratkaise yhtälö $\frac{\sin 2x}{\sin^2 x + \cos 2x} = 2$.
5. Ratkaise yhtälö $x|x| = 2x - 1$.
6. Suoran $y = x + 3$ ja käyrän $y = 3 - x^2$ rajoittama äärellinen alue pyörähtää x-akselin ympäri. Laske syntyneen pyörähdyskappaleen tilavuus.
7. Hyperbelin $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ pisteeseen $P = (x_0, y_0)$, $y_0 \neq 0$, asetetaan normaali. Missä suhteessa P jakaa koordinaattiakselien väliin jäävän normaalin osan?
8. Jompikumpi seuraavista tehtävistä:
 - a) Säännöllisen kolmisivuisen pyramidin korkeus = pohjakolmion sivu (=a). Kuinka suuri enintään on pyramidin sisään mahtuvan pallon säde?
 - b) Toisiaan vastaan kohtisuorat vektorit \vec{OA} , \vec{OB} ja \vec{OC} ovat kolmisivuisen pyramidin OABC sivusärminä. Osoita, että O:sta pohjakolmiota ABC vastaan piirretyn korkeusjanan OD kantapiste D on kolmion ABC korkeusjanojen leikkauspiste.
9. Oletetaan, että funktio f kaikilla muuttujan x reaaliarvoilla täyttää ehdon $|f(x)| \leq \frac{|x|}{2}$. Olkoon a_0 reaaliluku. Merkitään $a_1 = f(a_0)$ ja yleisesti $a_n = f(a_{n-1})$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Todista, että lukujonolla $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ on äärellinen raja-arvo.
10. Määrää yhtälön $x^4 + 2x^3 - 3 = 0$ reaalijuuret.
11. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' - 4y' + 4y = 4x$ yleinen ratkaisu sekä se yksityisratkaisu, joka arvolla $x = 0$ saa arvon $y = 0$ ja arvolla $x = 1$ arvon $y = 2$.
12. Kuusinumeroinen puhelinnumero alkaa 4:llä ja muut numerot ovat määräytyneet sattumanvaraisesti. Millä todennäköisyydellä luvussa esiintyy ainakin kerran peräkkäin numerot 1 ja 3 tässä järjestyksessä?