



Tehtävissä 3, 5, 8 ja 9 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

- Määritä sellainen luku  $x$ , että lukujen  $\pi + 1$ ,  $\pi + x$  ja  $\pi x$  keskiarvo on  $2\pi$ .
- Kolmion sivujen pituudet ovat 6, 6 ja 8. Määritä kolmion pienimmän kulman sini ja suurimman kulman puolikkaan kosini.
- a) Määritä ne reaaliluvut  $x$ , jotka ovat käänteislukuaan  $\frac{1}{x}$  suurempia.  
b) Suunnikkaan lävistäjinä ovat vektorit  $\vec{d} = 12\vec{i} + 8\vec{j}$  ja  $\vec{e} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$ . Osoita, että kyseessä on neljäkäs.
- Puutarhuri tarvitsee tuholaisten torjuntaan 1,5-prosenttista mäntysaippuoliuosta. Hänellä on käytettävissään liuos, jossa on 20 % saippuaa ja loput vettä. Tästä saadaan sopiva torjuntaliuos vettä lisäämällä. Kuinka monta prosenttia liuoksen vesimäärä tällöin kasvaa?
- a) On annettu funktiot  $f(x) = e^{2x}$  ja  $g(x) = \ln x$ . Ratkaise yhtälö
$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x^3).$$
b) Kyläkaupan kahdesta pysäköintipaikasta kumpikin on keskimäärin 40 minuuttia tunnista varattuna ja loput ajasta vapaana. Keskimäärin 32 minuuttia tunnista ovat molemmat pysäköintipaikat yhtäikaa varattuina. Kaupalle saapuu samalla hetkellä kaksi autoilijaa. Mikä on todennäköisyys, että molemmat pääsevät heti näihin pysäköintipaikkoihin?
- Suorakulmaisen särmiön muotoisessa suljetussa lasisäiliössä on 1,20 l vettä. Vaakasuuralla alustalla mitattuna vedenkorkeus on 40 mm. Kun säiliö käännetään kyljelleen, on vedenkorkeus 50 mm, ja kun säiliö käännetään toiselle kyljelleen, on vedenkorkeus 60 mm. Määritä säiliön tilavuus.
- Euroopan unionin tarkastaja mallintaa satelliittikuvassa näkyvän, trombin tuhoaman metsän alueeksi, joka jää käyrien  $y = \sin x$  ja  $y = \sin 2x$  väliin, kun  $x \in [0, \pi]$ . Mikä on tuhoalueen tarkka pinta-ala mallin mukaan? Pituuden mittayksikkö on kilometri. Oletetaan, että trombin tuhoista maksetaan korvausta 11 500 mk/ha. Kuinka paljon metsän omistaja saa korvausta?

KÄÄNNÄ!

8. a) Pallon sisään asetetaan mahdollisimman suuri neliöpohjainen suora pyramidi. Laske pyramidin ja pallon tilavuuksien suhde.

b) Osoita, että kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla  $n$  on

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}.$$

9. a) Käyrän  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$  mielivaltaiseen pisteeseen  $P(a, b)$  asetettu tangentti ja käyrän asymptootit rajoittavat kolmion. Osoita, että kolmion ala ei riipu tangentin sivuamis-  
pisteestä  $P$ . Piirrä kuvio.

b) Kakku, jonka lämpötila on  $21^\circ\text{C}$ , pannaan paistumaan uuniin, joka pysyy vakio-  
lämpötilassa  $225^\circ\text{C}$ . Kakun lämpötilan muutos aikayksikössä on suoraan verrannollinen  
uunin lämpötilan ja kakun lämpötilan erotukseen. Kymmenen minuutin kuluttua ka-  
kun lämpötila on  $67^\circ\text{C}$ . Määritä kakun lämpötila  $T$  ajan  $t$  funktiona. Määritä funktion  
 $T(t)$  avulla kakun lämpötila 40 minuutin kuluttua. Milloin uuniin unohtuneen kakun  
lämpötila saavuttaa mallin mukaan uunin lämpötilan?

10. Mitä tarkoitetaan avoimella välillä määritellyn funktion  $f$  integraalifunktiolla? Mää-  
ritä funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x + 1| - x$  integraalifunktio. Onko funktiolla  
 $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{kun } x \geq 0, \\ 0, & \text{kun } x < 0, \end{cases}$$

integraalifunktiota?