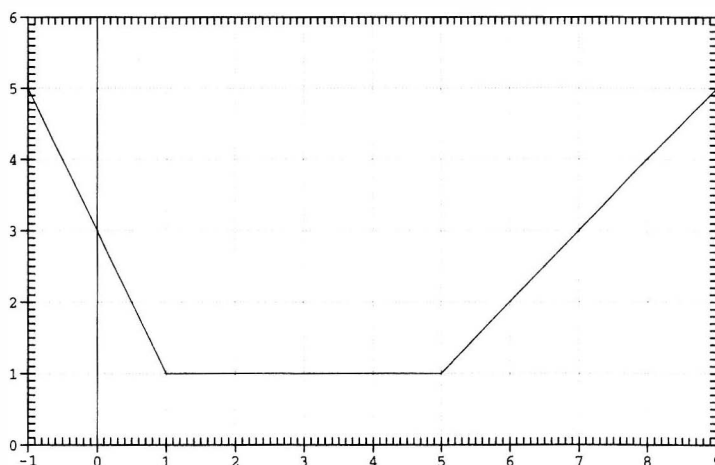


Tehtävissä 2, 4, 5, 7 ja 10 ratkaistaan joko kohta a) tai kohta b).

- Ratkaise yhtälö $(x + 10^{-5})^4 = (2x - 10^{-5})^4$.
- a) Onko funktio $f(x) = x + \sin x \cos x$ funktion $g(x) = 2 \cos^2 x$ integraalifunktio?
 b) Yhtälössä $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ korvataan luku a luvulla $a + 1$. Miten muuttuvat yhtälön juuret?
- Palkansaaajien reaaliensioita aiotaan nostaa joko 2 % palkankorotuksella tai alentamalla tuloveroa yhdellä prosenttiyksiköllä. Edellisessä tapauksessa hinnat nousevat 1 %. Kumpi tapa on edullisempi palkansaajalle, jonka kuukausitulo on 10 000 markkaa, kun tulovero tästä määrästä on 30 % ja sen ylittävistä tulosta 40 %?
- a) Ratkaise epäyhtälö $e^x < e^{2x} - 2$ ja piirrä tilannetta valaiseva kuvio.
 b) Ohessa on funktion $f :] - 1, 9[\rightarrow R$ kuvaaja. Muodosta derivaatan f' lauseke ja piirrä sen kuvaaja määrittelyjoukossaan.



- a) Millä arvoilla $a \in R$ hyperbelillä $x^2 - 4y^2 = 16$ ja suoralla $y = ax$ on yhteisiä pisteitä, ja mitkä nämä pisteet ovat?
 b) Olkoon $\bar{a} = 4\bar{i} - 2\bar{j}$, $\bar{b} = -3\bar{i} + \bar{j}$ ja $\bar{c} = d\bar{i} + (d + 1)\bar{j}$. Onko sellaisia reaalilukuja d , joilla vektorit $\bar{a} + \bar{c}$ ja $\bar{b} + \bar{c}$ ovat samansuuntaiset?

KÄÄNNÄ!

6. Yritys haluaa ostaa kadun varrella olevan suorakaiteen muotoisen tontin rakennuttaakseen sille suorakaiteen muotoisen toimitalon, jonka pohja on 490 m^2 . Rakennuksen on oltava kadun puolella vähintään 9 metriä ja muilla puolilla vähintään 5 metriä tontin rajasta, ja seinien on oltava tontin rajojen suuntaisia. Mikä on pienin tontti, joka sopii tarkoitukseen?
7. a) Käyrän $y^2 = x(x + 1)(x - 1)(2 - x)$ pyörähtäessä x -akselin ympäri syntyy kaksi äärellistä kappaletta. Kumpi niistä on suurempi?
- b) Määrää lausekkeen $|z - 1|^2 + |z - i|^2$ suurin ja pienin arvo, kun z on kompleksitason käyrällä $z\bar{z} = 1$.
8. Funktio $f : R \rightarrow R$ toteuttaa epäyhtälön (1) $f(x) - f(y) \geq x - y$ kaikilla arvopareilla (x, y) , joissa $x > y$. Osoita, että f on kasvava. Osoita edelleen: Jos f on derivoituva, $f'(x) \geq 1$ kaikilla $x \in R$. Muodosta esimerkki funktiosta, joka täyttää ehdon (1) ja on epäjatkuva R :ssä.
9. Kultaseppä aikoo ostaa 12 000 markalla joko yhden suuren jalokiven tai kaksi 6 000 mk arvoista pienempää ja hiottaa ostoksensa sitten uudestaan. Uudelleenhionta maksaa tuloksesta riippumatta suuren kiven osalta 1 000 mk ja pienemmän 800 mk sekä nostaa hionnan kestävän kiven arvoa 30 %. Todennäköisyys, että hiottava kivi tuhoutuu sisäisen vian vuoksi, on suurta kiveä käsitellessä 0,1 ja pienempää käsitellessä 0,08. Kannattaako kultaseppän ostaa yksi suuri jalokivi vai kaksi pienempää? Tässä kannattavuuden mittana pidetään hionnan jälkeisen varallisuuden odotusarvoa.
10. a) Metaanimolekyyli CH_4 voidaan ajatella säännölliseksi tetraedriksi, jossa vetyatomit H ovat kärjissä ja hiiliatomi C keskipisteessä, yhtä kaukana kärjistä. Määritä metaanimolekyylin sidoskulma, ts. hiiliatomista kahteen vetyatomiin vedettyjen janojen välinen kulma.
- b) Graniittilohkareesta on hakattava tilavuudeltaan mahdollisimman suuri suorakulmainen särmiö. Määrää särmiön tilavuus ja sivujen pituudet koordinaatistossa, jossa lohkarie on $G = \{(x, y, z) \mid 0 \leq z \leq 4 - 3x^2 - 2y^2\}$.