

YLIOPPILASTUTKINTO 24.3.1995 MATEMATIIKKA, YLEINEN OPPIMÄÄRÄ

Tehtävissä 1, 2, 3, 5 ja 7 on kussakin kolme vaihtoehtoa, joista saa suorittaa vain yhden. Vaihtoehto c) on tarkoitettu lähinnä kokeilukursseja opiskelleille, mutta sen saa valita kuka tahansa.

1. a) Ratkaise epäyhtälö $\frac{2}{3}(x + \frac{1}{4}) < \frac{1}{5}(x - \frac{1}{4})$.

b) Millä x :n arvoilla tulo $3x^2(x + 4)$ saa negatiivisia arvoja?

c) Eräällä laivalinjalla matkustajamäärä väheni 23 % edellisvuodesta. Kuinka monta prosenttia matkustajamäärän pitäisi kasvaa, jotta päästäisiin entiseen määrään?

2. a) Millä vakion p arvolla yhtälön $x(x + p) = 3x$ yhtenä juurena on luku -3 , ja mitkä ovat tällöin yhtälön juuret?

b) Laske $\int_{-2}^2 (7x^6 - 3x^2) dx$.

c) Henkilö osti viikon alussa 4,20 mk:lla litran maitotölkin, josta hän ehti käyttää 8 dl ennen maidon happanemista. Seuraavalla viikolla hän osti kaksi puolen litran maitotölkkiä 2,50 mk:lla kappale käyttäen kaiken maidon. Kummalla viikolla käytetty maito tuli hänelle edullisemmaksi ja kuinka monta prosenttia?

3. a) Laske sen kolmion ala, jota rajoittavat y -akseli ja suorat $y = -x + 4$ ja $y = \frac{1}{2}x - 2$.

b) Kuutio jaetaan kuuteenkymmeneen neljään keskenään samansuuruiseen kuutioon. Mikä on näin muodostuneiden pikkukuutioiden särmän pituus (cm), kun alkuperäisen kuution tilavuus oli 1,00 litraa?

c) Planeetta kiertää auringon ajassa, joka on verrannollinen lukuun $R^{3/2}$, missä R on planeetan keskietäisyys auringosta. Maapallon vuosi, ts. kiertoaika auringon ympäri, on 365 vuorokautta ja maan etäisyys auringosta on keskimäärin 150 miljoonaa kilometriä. Kuinka pitkä on pikkuplaneetta Nevanlinnan vuosi, kun sen etäisyys auringosta on keskimäärin 468 miljoonaa kilometriä?

4. Määritä suoran $y = 3x - 2$ ja paraabelin $y = x^2 - 2$ rajoittaman alueen ala.

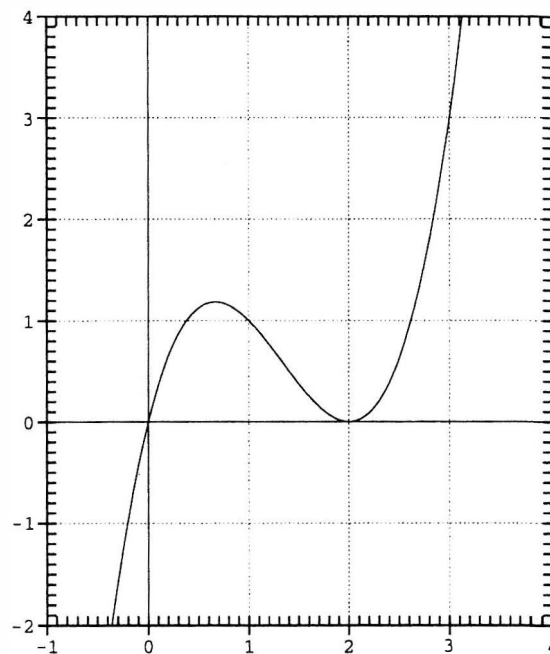
5. a) Määritä ne käyrän $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ pisteet, joihin piirretyt käyrän tangentit leikkaavat x -akselin 45° kulmassa.

b) Rantakaavassa määrätään, että 100 m lähemmäksi rantaa ei saa rakentaa. Kaava-alueella on tasasivuisen kolmion muotoinen saari, jonka pinta-ala on 5,00 ha. Saako sille rakentaa?

c) Eräeseen oppilaitokseen valittiin oppilaita seuraavasti. Osastolle A valittiin tyttöjä 300 hakijasta 48 ja poikia 20 hakijasta 3 ja osastolle B tyttöjä 20 hakijasta 4 ja poikia 600 hakijasta 114. Osoita, että kummallakin osastolla tyttöjen hyväksymisprosentti oli 1 prosenttiyksikön verran suurempi mutta että siitä huolimatta koko oppilaitoksessa poikien hyväksymisprosentti oli suurempi kuin tyttöjen.

KÄÄNNÄ!

6. Puoliympyrän muotoinen paperiarkki kierretään kartion vaipaksi siten, että $1/4$ paperista kiertyy edellisen kierroksen päälle. Määritä kulma α , jonka kartion akseli muodostaa sivuviivan kanssa, ja huippukulma 2α , molemmat $0,01^\circ$ tarkkuudella.
7. a) Mikä oli korkokanta, kun 50 000 mk:n talletuksesta, jolle maksettiin vuosittain korkoa korolle, sai neljän vuoden kuluttua nostettaessa 64 082 mk ?
- b) Vektorit $\vec{u} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$ ja $\vec{v} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ ovat suunnikkaan sivuina. Määritä lävistäjävektorit $\vec{u} - \vec{v}$ ja $\vec{u} + \vec{v}$ ja laske niiden välinen kulma ja niiden pituuksien suhde.
- c) Pythagoralainen veljeskunta yritti osoittaa kaiken koostuvan kokonaisluvusta. Osoita, että ei ole olemassa sellaista kokonaislukua, joka itsellään kerrottuna antaa tuloksen 12 345 673 076 882.



8. Yllä olevassa kuvassa on erään kolmannen asteen polynomifunktion kuvaaja. Määritä funktion lauseke ja laske ääriarvopisteiden koordinaatit.
9. Suomalaisista koululaisista on erään tilaston mukaan 5 % vasenkätisiä. Laske sen tapahtuman todennäköisyys, että 32 oppilaan luokassa on 4 vasenkätistä. Opastus: Käytä joko binomijakaumaa ($p = 0,05$, $n = 32$) tai normaalijakaumaa, missä $\mu = np$ ja $\sigma^2 = np(1 - p)$ ja tapahtumana $3,5 < \underline{x} < 4,5$.
10. Eräästä talosta voidaan mennä uimarantaan joko kulkemalla ensin suoraa maantietä pitkin 2 400 m, kääntymällä sitten 105° vasempaan ja kulkemalla suoraa pikkutietä vielä 1 300 m tai sitten kulkemalla koko matka suoraan metsän läpi. Millä nopeudella pitäisi metsän läpi kulkea, jotta siihen menisi yhtä paljon aikaa kuin teitä pitkin kävelttäessä, kun nopeus tietä pitkin on 6,0 km/h?